

Am1c – Tutorato II

Continuità e uniforme continuità

Martedì 4 Marzo 2008
Filippo Cavallari, Marianna Coletta

Esercizio 1 Discutere l'uniforme continuità delle seguenti funzioni negli intervalli indicati:

(1) e^x $(-\infty; 1)$ $[1; +\infty)$

(2) $\log x$ $[1; 2]$ $(0; 2]$

(3) $x^3 + 7x - 4$ $(-4; 3)$ $[4; +\infty)$

(4) $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ $(0; 1)$ $(1; +\infty)$

(5) $\frac{\sin x}{x}$ $(0; 1)$ $(\pi; +\infty)$

(6) $\arctan x$ \mathbb{R}

(7) $x \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ $(0; 1)$ $(-1; 0) \cup (0; 1)$

(8) $x^2 \ln\left(\frac{1+x^2}{x^2}\right)$ $(0; 1)$ $[1; 2]$ $[1; +\infty]$

Esercizio 2 Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) - f(x-h) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Questo implica che la funzione è continua?

Esercizio 3 Discutere la continuità delle seguenti funzioni:

(1) $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^{2n+1}}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

(2) $f(x) = \begin{cases} x^5 \sin^4\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

(3) $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x^2} 5^{\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$

(4) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 7x + 10}{x + 5} & x \neq -5 \\ 4 & x = -5 \end{cases}$

Esercizio 4 Dire per quali valori dei parametri le seguenti funzioni sono continue:

(1) $f(x) = \begin{cases} ax + b & x \geq 1 \\ cx^2 + dx + 2 & x < 1 \end{cases}$

(2) $f(x) = \begin{cases} ax^8 + 7 & x \geq 0 \\ e^{bx} - c & x < 0 \end{cases}$

(3) $f(x) = \begin{cases} x^a \sin^4 x & 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ |x|^b \cos^3\left(\frac{1}{x}\right) & -1 < x < 0 \end{cases}$