

Esecitazione FM2-A.A. 2007-2008- 13/12/06

Equazione delle onde, Classificazione delle equazioni lineari del secondo ordine

1. (CAUCHY-NEUMANN)

Risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = e^{-t} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) & 0 < x < L, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0 & 0 \leq x \leq L \\ u_x(0, t) = u_x(L, t) = 0 & t \geq 0 \end{cases}$$

2. Risolvere il seguente problema di Dirichlet non omogeneo:

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) = y & \text{in } B_1(0) \\ u = 1 & \text{su } \partial B_1(0). \end{cases}$$

3. Sia data l'equazione lineare del secondo ordine:

$$2u_{xx} + 6u_{xy} + 4u_{yy} + u_x + u_y = 0,$$

classificarla e calcolare le caratteristiche.

Ridurre l'equazione in forma canonica e determinare la soluzione generale.

4. Determinare le caratteristiche dell'equazione:

$$t^2 u_{tt} + 2t u_{tx} + u_{xx} - u_x = 0.$$

Ridurre l'equazione in forma canonica e determinare la soluzione generale.