

*Esercizio 1* (8 punti) Si consideri in  $R^2$  l'equazione

$$u_x + u_y = u^2$$

e sulla curva  $\gamma$  di equazione parametriche  $x = s, y = -s, u = s$ . Si mostri che esiste ed é unica la soluzione. Si trovi l'espressione esplicita di  $u(x, y)$ . Si determini il luogo dei punti nei quali la soluzione é ben definita.

*Esercizio 2* (8 punti) Si determini la soluzione dell'equazione

$$\begin{aligned} u_t = u_{xx} & \quad 0 < x < 1 & \quad 0 < t \\ u(x, 0) = x; & \quad u(0, t) = 0, & \quad u(1, t) = \cos t. & \quad t \geq 0. \end{aligned}$$

Si determini il  $\lim_{t \rightarrow \infty} \max_{x \in [0,1]} u(t, x)$ .

*Esercizio 3* (9 punti) Determinare la soluzione di

$$\begin{aligned} u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} &= 0 \quad r \in (0, 1), \quad \theta \in (0, \frac{1}{2}\pi); \\ u(r, 0) = 0, \quad u_r(r, \frac{1}{2}\pi) &= 0 \quad r \in (0, 1], \\ u(1, \theta) = \theta, \quad \theta &\in [0, \frac{1}{2}\pi]. \end{aligned}$$

*Suggerimento: la funzione  $\theta$  non é continua nel dominio in esame!!!.*

*Esercizio 4* (5 punti)

Si determini la soluzione dell'equazione

$$\begin{aligned} u_{tt} = u_{xx} & \quad x \in R, \quad t > 0, \\ u(x, 0) = 0, & \quad u_t(x, 0) = e^{-|x|^2}. \end{aligned}$$