

GE4 Geometria Differenziale I

A.A. 2007/2008

Prof. Massimiliano Pontecorvo

Curve e Superfici nello spazio Euclideo

1. Curve in R^3 . Curve parametrizzate. Velocità e retta tangente. Curve regolari, esempi, ascissa curvilinea. Prodotto scalare e prodotto vettoriale nello spazio Euclideo. Teoria locale delle curve parametrizzate dall'ascissa curvilinea. Accelerazione, versore normale e binormale, piano osculatore. Curvatura e torsione, formule di Frenet. Movimenti rigidi dello spazio e teorema fondamentale delle curve. Caso particolare: curve piane, curvatura con segno.

2. Superfici regolari in R^3 . Definizione, coordinate locali: esempi. Immagine inversa di un valore regolare. Funzioni, applicazioni lisce e diffeomorfismi su una superficie. Piano tangente e derivata di un'applicazione. Esempio: la funzione 'altezza da un piano'. Orientazione, superfici orientabili, il nastro di Möbius non è orientabile. La prima forma fondamentale di una superficie nello spazio Euclideo: espressione in coordinate locali, esempi.

3. L'Applicazione di Gauss di una superficie in R^3 . Versore normale a una superficie in R^3 e orientabilità. Applicazione di Gauss, esempi. Operatore autoaggiunto e forma bilineare simmetrica associata, teorema spettrale: l'operatore Forma e la seconda forma fondamentale di una superficie in R^3 , curvatures principali. Studio della funzione 'seconda forma fondamentale ristretta al cerchio tangente unitario'. Curvatura Media e di Gauss, punti ellittici, iperbolici, parabolici e planari. Esempi.

4. Geometria dell'applicazione di Gauss. Interpretazione geometrica della seconda forma fondamentale: curvatura normale delle curve su una superficie. Teorema di Meusnier. Direzioni di curvatura e direzioni asintotiche. Linee di curvatura: teorema di Olinde Rodrigues. Una superficie con tutti punti ombelicali è contenuta in un piano o in una sfera.

5. Studio della curvatura di Gauss. Calcolo della seconda forma fondamentale in coordinate locali. Esempi: superfici di rotazione e superfici 'grafico'. Segno della curvatura di Gauss e posizione del piano tangente. Studio della funzione 'distanza di una superficie da un piano': punti critici e interpretazione geometrica della segnatura dell'Hessiana nei punti critici. Applicazioni dei risultati ottenuti alle superfici compatte. Studio della funzione 'distanza da un punto' e curvatura di Gauss in un punto di massimo. Applicazioni alle superfici compatte. Superfici rigate, superfici Minime.

6. Isometrie di superfici. Movimenti rigidi di R^3 e isometrie di superfici. Isometrie locali, esempi. Isometrie conformi e coordinate isoterme. Calcolo dell'operatore Forma in coordinate isoterme. Equazione di Gauss e Theorema Egregium. Esempi, controesempi e applicazioni.

7. Esercizi. Esercizi assegnati in classe sul libro di testo e esercizi svolti durante le ore di esercitazioni e tutorato.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] M. DO CARMO , *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice Hall, (1976).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [2] S. MONTIEL, A. ROS , *Curvas y Superficies*. Proyecto Sur, (1998).
 [3] E. SERNESI , *Geometria 2*. Boringhieri, (1994).
 [4] A. GRAY, *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica* . CRC Press, (1998).

MODALITÀ D'ESAME

| | | | |
|--|---------|--|--|
| - valutazione in itinere (“esoneri”) | | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |
| - esame finale | scritto | <input checked="" type="checkbox"/> SI | <input type="checkbox"/> NO |
| | orale | <input type="checkbox"/> SI | <input checked="" type="checkbox"/> NO |
| - altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto) | | <input type="checkbox"/> SI | <input checked="" type="checkbox"/> NO |