

MC/6
STORIA DELLA MATEMATICA 1
A.A. 2007-2008
ANA MILLÁN GASCA

**LA NASCITA DELLA MODELISTICA MATEMATICA E L'ESTENSIONE DELLE
APPLICAZIONI DELLA MATEMATICA ALLE SCIENZE NON FISICHE**

All'inizio fu lo scriba, cap. 7, pp. 85-92

BIBLIOGRAFIA

Due lavori brevi:

C. BOYER, *Storia della matematica*, Mondadori, Milano, 1999, cap. 27 "Aspetti della matematica del XX secolo"

G. ISRAEL, "Oltre il mondo inanimato: la storia travagliata della matematizzazione dei fenomeni biologici e sociali", *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, (8) 7-B, 2004, pp. 275-304.

e tre libri per approfondire:

M. KLINE, *Matematica: la perdita della certezza*, Mondadori, Milano, 1985.

G. ISRAEL, *La visione matematica della realtà*. Laterza, Roma-Bari, 2003

G. ISRAEL, A. MILLAN GASCA, *The Biology of Numbers, The Correspondence of Vito Volterra on Mathematical Biology*, Basel, Birkhäuser Verlag, 2002

DIARIO DELLE LEZIONI

Venerdì 23 maggio 2008

La trasformazione della matematica fra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento

- la ricerca sui fondamenti logici della matematica
- intuizionismo, logicismo e formalismo
- la perdita della certezza

Il movimento assiomatico

Vito Volterra (1860-1940) e il progetto di applicazione della matematica oltre le scienze fisiche: la nascita della biomatematica

Il film *Images mathématiques de la lutte per la vie* (1938, Jean Painlevé) e le origini della cinematografia scientifica

Immagini matematiche della vita

[ANA MILLÁN GASCA, “Immagini matematiche della vita”, pubblicato in *Prometeo, rivista di scienze e storia*, 10 (43), 1993, pp. 88-96]

«Il film *La lotta per la vita* è finito, e si può vedere al Palais de la Découverte», scriveva il 4 dicembre 1939 il geofisico e matematico russo Vladimir Aleksandrovich Kostitzin (1882-1963) in una lettera al famoso matematico italiano Vito Volterra (1860-1940). «Il pubblico lo inghiottisce senza troppo riflettere sul lato matematico, ammirando le immagini dovute all'ingegno di Jean Painlevé ed accettando i grafici come una prova mistico-matematica della realtà dell'evoluzione. Alla fine, il film non è cattivo, e la sola cosa che manca è la vostra foto». Kostitzin e Volterra si erano appassionati all'idea di un film scientifico che potesse diffondere presso un pubblico ampio i risultati dei loro studi biomatematici. Finalmente questo film era stato proiettato a Parigi. Le loro aspettative erano molte, e molti i problemi che essi si accingevano a studiare.

Volterra, professore di fisica matematica all'Università di Roma, era uno dei membri di spicco della scuola matematica romana, che nei primi decenni del Novecento era considerata come uno dei centri più importanti della ricerca matematica a livello internazionale. I temi principali delle sue ricerche erano la teoria dell'elasticità e la cosiddetta teoria delle “funzioni di linee” (da lui creata), che costituì il primo passo della moderna analisi funzionale. Questa teoria, insieme ad altre, come la teoria delle equazioni integrali e integro-differenziali, forniva degli strumenti matematici che permettevano di studiare problemi fisici, come quelli chiamati “ereditari” (in cui l'evoluzione di un sistema fisico è influenzata non soltanto dal suo stato presente ma da tutta la sua evoluzione passata), che non avevano trovato una soluzione soddisfacente nella fisica matematica classica, cioè attraverso l'uso esclusivo della teoria delle equazioni differenziali. Tutto ciò fa capire che Volterra, pur essendo uno scienziato di formazione classica, era affascinato dall'idea di estendere il dominio delle applicazioni della matematica e quindi, della conoscenza scientifica. Nel 1925, quando egli era ormai al vertice della sua carriera scientifica, si gettò nell'impresa di tentare lo studio matematico di alcuni problemi biologici ed in particolare dei problemi della dinamica delle popolazioni. La vita scientifica di Volterra fu inoltre straordinariamente attiva in tutti i sensi, sia per quanto riguarda la ricerca, sia per quanto riguarda la politica scientifica. Senatore del Regno e presidente dell'Accademia Nazionale dei Lincei, tra le sue iniziative, concernenti sia l'insegnamento universitario, sia lo sviluppo della ricerca e la collaborazione scientifica internazionale, quella che ebbe maggiore ripercussione fu certamente la creazione dell'Ufficio invenzioni e ricerche, fondato nel 1917 e di cui fu presidente: questa

istituzione, infatti, precorse l'attuale Consiglio Nazionale delle Ricerche e altre istituzioni analoghe stabilite nei diversi paesi europei.

Volterra trovò in Kostitzin un interlocutore ideale negli ultimi anni della sua vita. Kostitzin aveva partecipato attivamente alla vita politica del suo paese dal 1905 in poi, e aveva trascorso alcuni anni in esilio prima della rivoluzione d'Ottobre. Dopo il 1917 divenne professore all'Università di Mosca e direttore dell'Istituto Geofisico. Per motivi che le poche notizie biografiche disponibili non permettono di chiarire, dovette tornare in esilio insieme alla moglie, e negli anni trenta tentò di trovare una posizione scientifica a Parigi. In quegli anni iniziò la sua corrispondenza con Volterra, che tentò di aiutarlo ad inserirsi nel ambiente matematico parigino senza molto successo; dal 1934 in poi ebbe inizio tra di loro una collaborazione scientifica vera e propria che diede luogo a svariati libri e articoli.

In quei giorni della fine del 1939 però, mentre Kostitzin raccontava a Volterra le reazioni del pubblico alle “immagini biomatematiche” del loro film, il mondo andava verso la catastrofe e ciò non senza durissime conseguenze personali per entrambi gli scienziati: Volterra, allontanato dall'università otto anni prima per il suo rifiuto di prestare il giuramento di fedeltà al regime fascista, vide la promulgazione delle leggi razziali in Italia e morì di lì a pochi mesi. Kostitzin, da parte sua, fu fermato dalla Gestapo nel giugno del 41, dopo la dichiarazione di guerra all'Unione Sovietica e internato nel campo di prigionieri civili di Compiègne; quando ne uscì partecipò attivamente alla resistenza. Nella stessa lettera di cui sopra, Kostitzin scriveva: «tutto quello che succede nel mondo è tale da uccidere l'ottimismo più robusto e da far piombare lo spirito in una nera misantropia». Ma nonostante il profilarsi di queste cupe vicende, Volterra e Kostitzin ancora proseguivano instancabilmente in quel periodo il progetto affascinante che li aveva uniti professionalmente durante gli ultimi anni: la matematizzazione dei fenomeni biologici.

Questo progetto sembrava assurdo e incomprensibile a molti scienziati dell'epoca. Fino agli anni venti erano state introdotte soltanto alcune limitate considerazioni quantitative negli studi biologici, legate soprattutto a problemi di demografia e dinamica delle popolazioni: negli studi di entomologia economica o di biologia marina legati alla pesca, i conteggi erano importanti per ottenere risultati affidabili. Questi studi di biometria avevano avuto un certo sviluppo, soprattutto in Gran Bretagna e negli Stati Uniti. Volterra invece voleva andare molto più lontano. Convinto sostenitore della scienza classica e della sua efficacia come strumento per descrivere i fenomeni della natura, egli considerava l'introduzione dei metodi ed i concetti della matematica nella biologia una sfida molto importante per superare la crisi che la scienza attraversava nei primi del Novecento. I fenomeni biologici potevano e dovevano essere studiati con lo stesso metodo della meccanica classica e facendo un uso analogo dell'analisi matematica per esaminarli in modo veramente scientifico, allo scopo di trovare le “leggi”

che li reggevano. La continua verifica e il confronto con la realtà empirica, poi, avrebbe permesso di ottenere delle applicazioni dei risultati e, al contempo, la garanzia della coerenza e della legittimità degli sviluppi teorici.

Agli inizi degli anni trenta Volterra aveva pubblicato un libro, *La teoria matematica della lotta per la vita*, che raccoglieva le sue principali scoperte biomatematiche. Il leit-motiv delle pagine fitte di formule e di sviluppi matematici erano queste parole di Darwin, riprese dal suo trattato *L'origine delle specie per mezzo della selezione naturale, o la preservazione dei favoriti nella lotta per la vita*: «La quantità di cibo di ogni specie dà l'estremo limite fino al quale ognuna può accrescersi; però molto frequentemente non è l'ottenere il cibo, bensì il servire come preda ad altri animali, ciò che determina il numero medio di una specie. Così, non sembra esservi il minimo dubbio che le riserve di pernici, urogalli e lepri in una tenuta molto grande dipendano principalmente dalla distruzione di animali predatori. Se non fosse abbattuto neanche un capo di cacciagione durante i prossimi vent'anni in Inghilterra e se, al contempo, nessuno dei loro predatori fosse distrutto, vi sarebbe con tutta probabilità meno cacciagione di oggi, anche se ora vengono abbattuti annualmente centinaia di animali di caccia».

Queste considerazioni avevano suggerito a Volterra nientemeno che un sistema di equazioni differenziali... Per ottenerle, bastava centrare l'attenzione su tassi o velocità di crescita delle popolazioni. Nel caso di una sola specie si trattava di un problema demografico, che era già stato studiato dallo scienziato belga Pierre-François Verhulst (1804-1849) quasi cent'anni prima. I lavori di Verhulst, morto troppo prematuramente per poter sviluppare le sue idee, erano rimasti quasi ignorati, ed infatti Volterra non li conosceva quando iniziò le sue ricerche. Il biologo e demografo statunitense Raymond Pearl (1879-1940) aveva ripreso lo studio della curva di Verhulst, chiamata anche *curva logistica*, per descrivere l'andamento di una popolazione umana, o anche animale, col passare del tempo. Questa curva o traiettoria si sarebbe poi rivelata di grande importanza.

Ma il problema che interessava Volterra era la competizione tra le specie, parola magica che apriva le porte all'affascinante problema dell'evoluzione. Anche se il darwinismo in senso stretto era allora un po' fuori moda, soprattutto dopo la riscoperta dei lavori di Mendel, Volterra era un darwinista convinto. Lo schema matematico da lui immaginato per rappresentare l'andamento delle popolazioni descritto a parole da Darwin era il seguente. Si considera il caso in cui in una associazione biologica convivano due specie, di cui l'una è preda dell'altra: per esempio, una popolazione di lepri e una di volpi. In uno stato ideale senza predatori e con risorse alimentari illimitate, la velocità di crescita della specie preda A — che, in termini matematici, è la derivata del numero a degli individui rispetto al tempo, $\frac{da}{dt}$ — sarebbe proporzionale al numero degli individui, e cioè, la specie A andrebbe incontro a una crescita esponenziale. Nel caso esaminato da Volterra, questa velocità diminuisce a causa dell'“aggressione” della specie predatrice B . Per

quantificare questa diminuzione, Volterra, ispirandosi alla teoria cinetica dei gas, paragonò gli individui a molecole gassose che si “incontrano”, in modo tale che ogni incontro tra individui di entrambe le specie è a vantaggio della specie predatrice e a svantaggio della specie preda: così la diminuzione è proporzionale al numero degli incontri, cioè al prodotto ab , dove b è il numero di individui della specie B e l'equazione che regola la crescita è $\frac{da}{dt} = \alpha a - \gamma ab$. Invece, nel caso dei predatori, che senza la presenza delle prede si estinguerebbero, la velocità di crescita ha una componente positiva proporzionale proprio agli incontri $\frac{db}{dt} = -\beta b + \delta ab$.

A partire da questo sistema di formule prese il via uno studio matematico in qualche modo “autonomo” rispetto ai problemi biologici che lo avevano ispirato. Proprio questo era lo studio presentato nel libro pubblicato da Volterra nel 1931 a Parigi. Ma al di là di queste speculazioni matematiche, Volterra credeva fermamente nell'importanza dei suoi studi matematici per la biologia teorica e in particolar modo per le applicazioni. Non a caso erano state alcune osservazioni di suo genere, il biologo marino Umberto D'Ancona (1896-1964), ad indurlo ad occuparsi in profondità del problema ecologico della crescita numerica delle popolazioni in una associazione biologica (o biocenosi). Intorno al 1925, D'Ancona aveva compilato delle statistiche sulle popolazioni di pesci nell'Adriatico negli anni 1905-23 basandosi sui dati ricavati dai mercati della pesca nei porti di Trieste, Venezia e Fiume; e le variazioni osservate nel numero degli individui nell'arco di tempo considerato, particolarmente nel rapporto tra le specie di pesci più voraci e le loro prede, sembravano accordarsi con le curve soluzione ottenute da Volterra, per via matematica, per il sistema delle equazioni prima considerate. Quelle curve prevedevano un andamento ciclico delle popolazioni che sembrava trovare un riscontro nei dati di D'Ancona. Ma il risultato più spettacolare era che lo studio matematico prevedeva un aumento delle popolazioni di pesci preda e una diminuzione di quelle di pesci voraci nel caso di una eliminazione sistematica di individui di entrambe le specie, come quella dovuta alla pesca: e questo effetto compariva a sua volta nelle statistiche di D'Ancona, il quale aveva stabilito un confronto fra il periodo di stasi della pesca durante la guerra e i periodi precedenti e successivi. Così, il fenomeno “interno” previsto per via matematica forniva una spiegazione biologica del particolare andamento dei dati sulle popolazioni di pesci nel periodo intorno alla Prima Guerra Mondiale

Questa interpretazione fu molto discussa in quegli anni, a cominciare da Egon Pearson, figlio del famoso biologo fondatore della biometria Karl Pearson, ma anche da biologi come Friedrich S. Bodenheimer (1897-1959) o Georgii Frantsevich Gause (1910-1989). I “cicli” periodici erano già stati osservati da tempo nelle associazioni biologiche, e questo fenomeno non sollevava difficoltà di comprensione, almeno in una prima analisi, poiché poteva essere legato semplicemente ai cicli naturali, a cominciare con le stagioni.

Bodenheimer, scienziato di origine tedesca, professore alla Hebrew University a Gerusalemme, era uno specialista in entomologia agricola che si occupava dello studio dei rapporti ecologici tra gli animali, come le talpe e gli insetti parassiti; e aveva stabilito correlazioni tra variazioni in quiescenza, ritmi di sviluppo e popolazioni e un ampio insieme di fattori climatici e in generale ambientali. Ora Volterra e D'Ancona inserivano un fattore di natura completamente diversa nel discorso sulle popolazioni: e cioè un fattore interno legato alla concorrenza tra le specie. La questione sollevata era quella del maggiore o minore influsso di questi aspetti interni o biotici, nei casi biologici reali esaminati uno ad uno, indipendentemente dall'effetto dei fattori interni previsti dal modello matematico.

Gause era allora un giovane e brillante scienziato della importante scuola di ecologia dell'Unione Sovietica, il cui sviluppo aveva avuto inizio verso la metà dell'Ottocento con l'opera del biologo Karl Roullier dell'Università di Mosca e il suo approccio ecologico alla zoologia. Gause aveva iniziato la sua attività di ricerca studiando sul campo la distribuzione di cavallette nel Caucaso settentrionale, per analizzare il rapporto tra l'abbondanza di una specie e l'habitat. Ma nel seguito concentrò il suo interesse sugli studi sperimentali delle popolazioni sviluppati da Pearl, con cui era entrato in contatto tramite il suo professore Vladimir V. Alpatov. Gause riteneva che le osservazioni di campo fossero fortemente dipendenti da un'enormità di fattori ambientali e biologici e perciò suscettibili di molte interpretazioni diverse. Bisognava, secondo lui, isolare i fenomeni in laboratorio, scegliendo specie microbiologiche come protozoi o batteri. Gause, che apprezzava enormemente le possibilità teoriche delle ricerche di Volterra, lavorò intensamente per ottenerne la conferma sperimentale, ma dovette interrompere i suoi tentativi alla fine degli anni trenta, a causa del deteriorarsi del clima nell'ambiente scientifico biologico nell'Unione Sovietica: Gause ed altri, come S. A. Severtzov e lo stesso Alpatov, infatti, furono censurati nel 1939 per i loro lavori biomatematici, che furono considerati come esempi di imitazione dei punti di vista stranieri e quindi contrari agli interessi della patria.

Questo era lo stato di cose a Mosca, dove i lavori di Volterra erano stati fin dal primo momento apprezzati e studiati. Difatti il secondo protagonista nello sviluppo della biomatematica in quel periodo fu un'altro scienziato russo, Kostitzin. Kostitzin era vicino alle idee del geochimico Vladimir Vernadsky (1863-1945) — con cui aveva lavorato anche Gause— e alla sua originale concezione globale del mondo. Come lo stesso Vernadsky, Kostitzin aveva stabilito un importante rapporto con l'ambiente scientifico parigino, l'unico in quei anni disposto ad accogliere con vero interesse le ricerche biomatematiche. A Parigi, negli anni trenta, nonostante le sue travagliate vicende personali, Kostitzin si dedicò intensamente alle ricerche di biomatematica, che concepiva come un nuovo ambito di studi teorici dei processi naturali, inseriti nel contesto globale della trasformazione della materia organica, includendo in esso i fenomeni dell'atmosfera, della scorza terrestre e della

biosfera, e tra questi ultimi, i fenomeni di competizione tra specie animali e vegetali, lo sviluppo degli organismi e l'evoluzione; l'ultimo elemento considerato in questa visione à la Vernadsky dei cicli di materia, era proprio la vita e l'attività umana.

Kostitzin scrisse diversi libri, caratterizzati più dall'interesse di rendere note le sue idee al pubblico colto, sia pure con grande rigore scientifico, che non da un intento strettamente specialistico. Difatti il suo punto di vista assai generale ed interdisciplinare cominciava ad essere una pianta rara e difficile da radicare nel mondo scientifico della fine degli anni trenta. Nel 1933, egli scriveva a Volterra a proposito del suo libro *Simbiosi, parassitismo ed evoluzione (studio matematico)* appena uscito a Parigi: «Ho dovuto per forza ridurre la parte matematica senza poter naturalmente eliminarla: sono le dimostrazioni quelle che ne hanno più sofferto e temo veramente di non soddisfare pienamente nessuna delle due categorie di lettori (biologi e matematici). Senza contare che ci sono dei biologi che condividono il punto di vista del professor Bouasse circa l'inutilità totale del metodo matematico nelle scienze fisiche e naturali». Fu certamente in quest'ottica che nacque l'idea di preparare un copione cinematografico sulla teoria matematica della lotta per l'esistenza. Dalla corrispondenza tra Kostitzin e Volterra si desume che il secondo accolse con grande entusiasmo l'idea del suo collega, poiché un film poteva essere un mezzo importante per convincere del valore della biomatematica.

L'elaborazione di questo film, uno dei primi esempi di cinema scientifico, non fu priva di travagli. Le prime versioni del copione, preparate nei primi mesi del 1937 da Kostitzin in collaborazione con il cineasta francese A. P. Dufour, furono duramente criticate da D'Ancona, che in una lettera a Volterra diceva di esserne rimasto «inorridito» e aggiungeva: «Le Sue ricerche sulle associazioni biologiche non sono oggetto adatto a una divulgazione». Ci vollero parecchie riflessioni ed sforzi prima di decidere come presentare col mezzo cinematografico i punti chiave nel pensiero di Kostitzin che, inoltre, erano i più delicati e soggetti a critica. Per esempio, Kostitzin presentava i meccanismi di competizione tra le specie nel contesto generale di una lotta implacabile per la sopravvivenza, insieme ad altri processi di mutua assistenza derivanti dall'istinto sociale o dall'istinto morale. A questo proposito scriveva a Volterra: «Riguardo alla assistenza mutua fra le specie, questo problema era molto discusso dallo stesso Darwin, che, da inglese molto conformista, voleva a tutti i costi difendere le sue teorie contro il rimprovero di immoralità. Uno dei darwinisti inglesi, più coerente di Darwin, —Sutherland— ha scritto un'opera molto interessante sulle origini dell'istinto morale e dell'istinto sociale (a questo proposito, la lettura di quest'opera mi ha procurato una volta, al liceo, quattro domeniche di arresti di rigore)». D'altra parte, i meccanismi della genetica erano introdotti da Kostitzin come processi di eliminazione, che, insieme alla lotta per l'esistenza, governano l'evoluzione. Questi aspetti erano molto discussi in quel periodo. Le ricerche teoriche di genetica delle popolazioni sviluppate dagli statistici inglesi R. A. Fisher, J. B.

S. Haldane e Sewall Wright contribuivano a bandire l'idea che la teoria della selezione naturale di Darwin e l'eredità mendeliana fossero contraddittorie proponendone una sintesi in un modello quantitativo del processo dell'evoluzione. Kostitzin era al corrente di quei lavori, anche se, come Volterra, preferiva lo studio analitico all'uso della probabilità e della statistica. Ma il suo approccio era assai originale, poiché egli era convinto che i risultati dello studio della dinamica delle popolazioni assieme a quello della genetica delle popolazioni avrebbero fornito delle risposte circa il problema dell'evoluzione. Questa impostazione, proposta nel copione del film, non incontrò l'approvazione di D'Ancona, la cui posizione si distanziava in questo senso da quella di Volterra.

Nel giugno del 1937 Kostitzin scriveva da Parigi: «Il mio scenario è passato attraverso innumerevoli vicende: era a volte raccorciato, a volte moralizzato, a volte demoralizzato, a volte demendelizzato, a volte rimendelizzato; da tre settimane si trova in “esecuzione” o in “realizzazione” nell'antro di Monsieur Jean Painlevé». In effetti, il film era stato preso in mano da Jean Painlevé (1902-1989), direttore del Istituto di Cinematografia Scientifica francese e pioniere del cinema documentario. Già nel periodo a cavallo tra i due secoli erano stati sviluppate tecniche cinematografiche per documentare ed analizzare problemi scientifici come i movimenti umani ed animali —il primo film zoologico, sullo sviluppo del *Botryllus*, era stato presentato nel 1904 da A. Pizon— o anche questioni di balistica; ma la produzione di immagini scientifiche in film documentari ricevette un forte impulso dal lavoro di Painlevé, uno degli autori “classici” della cinematografia scientifica, che negli anni trenta introdusse anche la voce. Oltre ai suoi numerosissimi documentari sulle più svariate tematiche, Painlevé realizzò, nella sua lunga carriera, circa duecento film scientifici e fu il fondatore dell'Associazione Internazionale del Cinema Scientifico.

Una prima versione del film «Immagini matematiche della lotta per la vita» fu proiettata al Palais de la Découverte, che iniziava allora le sue attività, nel quadro dell'Esposizione Universale di Parigi del '37. La versione che ci è pervenuta, e alla quale si riferiva Kostitzin nel commento citato all'inizio, è datata di un anno dopo, e fu presentata dall'Istituto di Cinematografia Scientifica sotto l'egida della Sezione di Matematica del Palais de la Découverte (di cui erano presidente e vice-presidente i matematici Emile Borel e Paul Montel, ben conosciuti da Kostitzin). Essa è lunga 13 minuti, ed è costruita, come diceva lo stesso Kostitzin, su una miscela di idee di Kostitzin raccontate dalla voce di Painlevé, suggestivi grafici matematici e immagini illustrative dovute a Painlevé, che ancora oggi conservano intatto il loro fascino un po' tinto di simpatica ingenuità. Così, le immagini di un bosco minaccioso e di un serpente, illustrano l'affermazione introduttiva: «Esiste una lotta accanita per la conquista dei beni vitali; la tolleranza mutua, le alleanze momentanee, l'istinto sociale, l'istinto morale, rappresentano alcune forme di questa lotta, che governa l'evoluzione per mezzo dei meccanismi d'eliminazione studiati nel seguito».

Nel seguito il film si articola attorno ai diversi risultati sperimentali che potevano essere considerati delle verifiche delle teorie biomatematiche, e vengono illustrati matematicamente —soprattutto geometricamente, cioè, graficamente— i diversi meccanismi che governano la crescita delle popolazioni. Si considera prima la crescita indefinita o esponenziale di una popolazione che vive in un habitat senza nemici e con risorse nutritive illimitate; poi, si segnala l'intervento di fattori limitativi: l'insufficienza del cibo, dello spazio, la presenza di predatori, le epidemie, la competizione tra individui della stesse specie o specie diverse. Questi fattori limitano la crescita della popolazione: essi possono essere intesi come attriti con l'ambiente e, continuando l'analogia con la meccanica, il limite raggiunto per la popolazione rappresenta uno stato di equilibrio nell'ambiente. L'immagine di un brulichio di gente che sale e scende una grande scalinata e della confusione in un gruppo di persone che fugge a causa di un disordine pubblico illustra l'“attrito” dovuto alla concorrenza, che si esercita «ogni volta che due individui si incontrano» ed è «uno dei principali fattori limitativi». Perciò, per il principio degli incontri, si può considerare, per popolazioni sufficientemente grandi, che questa azione è proporzionale al quadrato del numero totale di membri della popolazione, e ciò fornisce una interpretazione matematica della crescita logistica o limitata regolarmente.

Questi risultati demografici sono illustrati con due esempi classici di sviluppo “logistico”. In primo luogo, lo sviluppo della *Drosophila*, la mosca dell'aceto, che era stato studiato approfonditamente da Pearl e dal matematico Parker, i quali avevano mostrato che la cultura in laboratorio raggiunge lo stato di equilibrio (saturazione), dopo 45 giorni, con un totale di 346 individui. Poi, lo sviluppo comparato della popolazione umana negli Stati Uniti e nel Belgio, già considerato da Verhulst nei suoi articoli del 1838 in poi. E, finalmente, si proponeva il caso del *Bacillus coli*, esempio di una crescita irregolare o non logistica, nella quale, «per insufficienza di cibo o spazio o l'accumulazione di residui organici, non si raggiunge l'equilibrio e l'aumento della mortalità porta alla sparizione totale della popolazione». Questo caso era stato studiato sperimentalmente da Jean Régnier (1892-1946), professore alla Facoltà di Farmacia di Parigi e pioniere della microbiologia, e dalla sua allieva Suzanne Lambin (nata nel 1902) —che sarebbe poi diventata la prima donna ad insegnare nella stessa Facoltà. Essi svolsero il loro lavoro, dal 1934, in collaborazione con Volterra e Kostitzin, in modo tale che la ricerca teorica e la ricerca sperimentale andarono avanti in modo perfettamente parallelo. Difatti, le osservazioni di Régnier, ed in particolare il fenomeno d'intossicazione dovuto ai residui organici prodotti dagli stessi organismi, portò Volterra a considerare per la prima volta alla fine degli anni trenta le equazioni dello sviluppo di una singola specie, equazioni logistiche ed altre: questi risultati furono pubblicati nel giornale «Human Biology» diretto da Pearl e nei «Comptes Rendus» dell'Accademia di Scienze di Parigi.

Successivamente si consideravano le diverse curve descritte dal numero degli individui in una popolazione mista, illustrata da immagini delle specie studiate sperimentalmente da Gause; in questo caso (come si è detto sopra), sempre per il principio degli incontri, la concorrenza è proporzionale al prodotto delle popolazioni e «la lotta per la vita tra specie diverse finisce, sia con la sparizione totale o parziale delle specie, sia con un equilibrio fisso o fluttuante». L'esempio di sparizione totale di entrambe le specie è la competizione tra acari della farina: il *Cheyletus Eruditus*, e la sua preda *Aleuroglyphus Agilis*, che si nutre di farina: i predatori eliminano tutte le prede, e finiscono per estinguersi pure loro. La sparizione parziale era esemplificata con un caso di concorrenza tra due protozoi *Paramecium Aurelia* e *Glaucoma Scintillans* per lo stesso cibo. I primi spariscono, e sopravvivono solo i secondi. Finalmente si analizzava il caso degli equilibri. Come esempio di equilibrio fisso si considerava quello di una popolazione mista di *Paramecium Aurelia* e *Paramecium Bursaria*. Si esamina poi il primo e più noto caso studiato da Volterra e menzionato prima, l'equilibrio fluttuante, e in particolare si menziona il nome di Volterra per la legge del ciclo periodico. Sono citate qui le statistiche di D'Ancona e si propongono immagini di una associazione di tre specie di crostacei, i balani (*Balanus balanoides*), molluschi gasteropodi (*Purpura lapillus*) e mitili, già proposta dal biologo francese M. Prénant. Altre immagini al microscopio, proposte per illustrare gli esempi, sono quelle della *Drosophila*, degli acari e dei parameci.

Finalmente il film presenta un ultimo grafico sulla probabilità della presenza in natura dei diversi casi studiati di “risultati” della lotta per la vita. Si osserva che la probabilità che si verificano equilibri stabili o ciclici è debole, e diminuisce con l'aumentare del numero delle specie, cioè, quando la complessità del sistema aumenta. Kostitzin metteva così in rilievo il problema del rapporto tra stabilità e complessità nei sistemi biologici, un tema che solo recentemente è stato ripreso dal biologo statunitense Robert K. May. Un ultimo aspetto di portata più ampia considerato negli ultimi minuti del film è il rapporto tra dinamica delle popolazioni e genetica delle popolazioni, anche questo ripreso solo in anni recenti. Infatti, dopo diverse immagini e disegni che illustrano le leggi di Mendel e l'apparizioni di ibridi e mutazioni in una popolazione madre, Kostitzin osserva, senza però entrare fino in fondo nel problema, che, nonostante l'estrema fragilità di questi ibridi o esemplari con mutazioni —anche se meglio adattati— e perciò la grande stabilità della popolazione madre, vi deve essere qualche meccanismo di eliminazione che giustifichi l'indubbio processo evolutivo subito dalle specie. Questo accenno alla teoria dell'evoluzione —ed è solo un accenno, anche se è l'evoluzione il problema di fondo di tutto il film— è illustrato dai noti disegni sull'evoluzione del cavallo: solo in questo finale un po' rozzo le immagini perdevano il potere di convinzione che avevano esibito nel corso di tutto il film.

La collaborazione tra il lungimirante Kostitzin e l'ingegnoso Painlevé, infatti, aveva prodotto una ambiziosa ricerca d'immagini che dovevano tradurre una concezione scientifica e —sfida ancor più difficile— dovevano esprimere i suggerimenti derivanti da uno studio matematico. Al di là delle idee di genetica e di dinamica delle popolazioni che il film pretendeva di divulgare in un modo forse un po' schematico, quello che certamente più colpiva il pubblico, come si capisce dai commenti dello stesso Kostitzin, erano le immagini della lotta «implacabile» per la vita che si svolge nella natura, proprio vicino a noi. Non minore effetto dovevano fare i grafici che comparivano misteriosamente davanti agli occhi, i quali sembravano spiegare ogni cosa in modo simbolico e pertanto mostravano il potere del uomo sui fenomeni. Gli esperimenti e nomi citati suggerivano poi l'idea di un campo di studio di gran dinamismo e forza.

Tutto questo complesso di ricerche teoriche ed sperimentali collegate si perse a causa della seconda guerra mondiale e delle vicende dei principali protagonisti. Inoltre, molte discussioni circa il valore reale delle teorie biomatematiche si erano accese già negli anni precedenti, e le critiche provenivano persino da alcuni dei biologi, come lo statunitense William R. Thompson, che avevano preso parte attiva allo sviluppo dell'approccio matematico. Nel dopoguerra i tentativi di usare la matematica nello studio dell'evoluzione furono abbandonati e, con l'eccezione degli studi di genetica matematica iniziati da Fisher, Haldane e Wright, l'opinione più diffusa oggi è quella di Ernst Mayr, quando afferma che nella «biologia dell'evoluzione (per lo più), il contributo della matematica è veramente debole».

Tuttavia la possibilità di studiare matematicamente aspetti del mondo biologico non è stata abbandonata, anche se seguendo un approccio alquanto diverso da quello di scienziati come Volterra e Kostitzin. Spieghiamo perché. Durante gli anni cinquanta le ricerche di biomatematica rinacquero negli Stati Uniti grazie a scienziati come George Hutchinson e Robert MacArthur. Queste ricerche, che hanno conosciuto uno straordinario sviluppo che arriva fino ad oggi, prendono come punto di partenza le idee di Volterra, ed in particolare le equazioni che abbiamo descritte prima e che sono conosciute come equazioni di Volterra-Lotka (poiché furono ottenute indipendentemente da Volterra e dallo statistico statunitense Alfred Lotka). Ciononostante, una parte fondamentale del pensiero di Volterra, e cioè proprio l'importanza data alla connessione tra ricerche teoriche e verifica empirica che si riflette nel film di Painlevé, si è persa per strada. La scienza infatti era molto cambiata nel secondo dopoguerra: l'accelerazione del suo sviluppo aveva portato a un'estrema parcellizzazione ed specializzazione della conoscenza che rendeva difficile e addirittura impediva i rapporti tra settori disciplinari anche molto vicini, così come tra i teorici e i scienziati sperimentali. Inoltre, la matematica era molto cambiata dopo il 1945: al posto del matematico-scienziato classico sempre attento agli aspetti applicativi della sua disciplina come Volterra, e anche come conseguenza della diffusione della corrente

assiomatica detta bourbakista —che ha portato ad una estrema formalizzazione della matematica— il matematico di oggi, anche se si occupa della cosiddetta "matematica applicata", ha un'inclinazione fortemente astratta e i suoi interessi per le applicazioni sono pochi e sfumati. La situazione è arrivata a un punto tale che quelli che oggi, con un atteggiamento nuovo, perseguono un cambiamento di questa situazione, si trovano in una posizione difficile. Così, L. Gass y M. C. Mackey hanno aggiunto al loro libro *Dagli orologi al caos. I ritmi della vita* (From Clocks to Chaos. The Rhythms of Life. Princeton University Press, 1988) questo commento finale: «Per una qualche ragione è sorto un mito (che crediamo sia accettato dalla grande maggioranza dei biologi attivi), secondo cui le analisi matematiche e teoriche dettagliate non sono utili in biologia. Certamente la formazione matematica della maggior parte dei biologi e medici è minima. E tuttavia se i complessi fenomeni dinamici che hanno luogo nel corpo umano si verificassero in un qualche sistema fisico inanimato —per esempio in un laser, o nell'elio liquido, o in un semiconduttore— sarebbero sottoposti al più sofisticato studio sperimentale e teorico».

Questa mancanza di comunicazione e questo "distacco dalla realtà" di parte della scienza di oggi è il motivo per il quale il film «*Images mathématiques de la lutte pour la vie*» può sembrare oggi un'impresa romantica o “fuori moda” e farebbe sicuramente sorridere più di uno scienziato “postmoderno”. E' opportuno fare un'ultima osservazione a questo riguardo. Per quello che riguarda l'ecologia teorica, che è oggi uno dei settori biomatematici più sviluppati, un grido d'allarme è stato lanciato da tempo da Robert May, il quale ha rilevato un importante disaccordo tra teoria e fenomeni reali per quanto riguarda la stabilità dei sistemi complessi, già considerata da Kostitzin. Infatti, un sistema con molte specie, come la selva amazzonica, è molto più stabile di un sistema semplice come un campo di alberi da frutta; ed invece i modelli matematici teorici di sistemi con un gran numero di variabili possono rivelarsi fortemente instabili. Questo disaccordo propone molte domande circa gli indirizzi della ricerca teorica, e ripropone quanto i scienziati "classici" pensavano —dai tempi di Fourier— riguardo al continuo bisogno di "correggere" le elaborazioni scientifiche attraverso l'osservazione concreta dei fenomeni della natura.

Riferimenti bibliografici

Images mathématiques de la lutte pour la vie (Parigi, 1938, film réalisé par A. P. Dufour, assisté par Paul Bertrand).

Giorgio Israel, *Modelli matematici* (Roma, Editori Riuniti, 1988).

Sharon E. Kingsland, *Modelling Nature. Episodes in the History of Population Ecology* (Chicago, The University Press, 1985).

E. Mayr, *Storia del pensiero biologico. Diversità, evoluzione, eredità* (Torino, Bollati Boringhieri, 1990).

Jean Rouch, "Jean Painlevé (1902-1989), pionnier du cinéma de demain", in *Alliage*, n° 2 (hiver 1989).

Virgilio Tosi, *Il cinema prima di Lumière* (Roma, ERI, 1984)