

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Analisi 3

A.A. 2009-2010 - Docente: Prof. P. Esposito

Tutori: Gabriele Mancini, Luca Battaglia e Vincenzo Morinelli

TUTORATO NUMERO 9 (10/12 MAGGIO 2010)

INTEGRALI CON FUBINI E CON CAMBIO DI VARIABILE

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| - 1 \leq y \leq 1 - x^2\}$.
Calcolare $\int_A |x| \cos(\pi y) dx dy$.
2. Sia B il tetraedro di vertici $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$.
Calcolare $\int_B x^4 y^2 e^{xyz} dx dy dz$.
3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \leq 2y \leq 2x \leq 2, 0 \leq x^2 z + y^2 z + z \leq 1\}$.
Calcolare $\int_C (x^2 + y^2 + 1) \arctan x dx dy dz$.
4. Sia $D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -\frac{\sin^3 x + \sin^4 x}{(\pi + 2y)^2} \leq z \leq \cos(y \sin x), 0 \leq y \sin x \leq \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}\pi \right\}$.
Calcolarne il volume.
5. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.
Calcolare $\int_A \frac{y}{x} dx dy$.
6. Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.
Calcolare $\int_B \frac{x^2}{4 - x^2 - y^2 - z^2} dx dy dz$.
7. Sia $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x^2 - y^2 \leq xy \leq 1, x \geq 0\}$.
Calcolare $\int_C (x^4 - y^4) e^{xy} dx dy$.
8. Sia $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \max\{|x|, |y|, |z|\} \leq 1 \leq x^2 + y^2 + z^2\}$.
Calcolare $\int_D x^2 y^2 z^2 dx dy dz$.
9. Sia M una matrice 3×3 simmetrica definita positiva con autovalori $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$.
Calcolare il volume dell'insieme $E = \{v \in \mathbb{R}^3 : \langle Mv, v \rangle \leq 1\}$.