

I Esonero di AM3 - 14/4/2010

1) [10 punti] Sia $\gamma(t) = (t^3 \cos t, t^3 \sin t)$, $t \in [0, 4]$, una curva. Calcolare

$$\int_{\gamma} (x^2 + y^2)^{\frac{1}{6}} ds.$$

2) [10 punti] Discutere l'invertibilit  locale della mappa

$$F(x, y) = (y \tan^2 x + \ln(1 + x + y), (x + y)^2 + x)$$

in $(0, 0)$, fornendo un esempio esplicito di intorno di $(0, 0)$ per cui la funzione inversa G esiste. Trovare lo sviluppo di Taylor al primo ordine di G rispetto a $(0, 0)$.

3) [10 punti] Siano $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + xy + 2y^2}$ e $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$.

a) Determinare il valore massimo e minimo di $f(x, y)$ su D .

b) Scrivere esplicitamente i punti ove tali valori estremali sono raggiunti.