

Esercitazione AM2 n. 3 - A.A. 2010-2011 - 15/10/10

Regolarità di funzioni di più variabili

Stabilire la regolarità e studiare le derivate parziali/direzionali delle seguenti funzioni:

1.

$$f(x, y) \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

2.

$$f(x, y) \begin{cases} \sqrt[3]{y}e^{-\frac{y^2}{x^4}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

3. Calcolare il gradiente di una $f(x, y)$ scritta in coordinate polari $x = \rho \cos \vartheta, y = \rho \sin \vartheta$.

4. Calcolare la derivata della funzione composta $f(\varphi(t))$ dove $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ e $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$. Dedurne una regola per il calcolo delle derivate direzionali.