35. J.B.FOURIER : l'analisi matematica nello studio della natura

In questo brano di Fourier (tratto dal Discours Préliminaire alla "Théorie Analytique de la Chaleur", Oeuvres, Paris, Gauthier-Villars, 1888) si riassumono alcuni temi fondamentali. L'analisi matematica é vista come un linguaggio universale che riflette le leggi fondamentali della natura ed essa si arricchisce e perfeziona, nei suoi aspetti particolari (ferme restando le leggi fondamentali) nel rapporto con l'esperienza. Tale punto di vista si inquadra entro un dichiarato distacco dalla concezione meccanicistica newtoniana. Si noti infine come permanga ancora, nella concezione di Fourier, l'esigenza di motivare l'utilità sociale della prassi scientifica, come conseguenza dell'indirizzo impresso dalla Rivoluzione del 1789.

Le cause primordiali non ci sono affatto conosciute, ma esse sono soggette a leggi semplici e costanti che possono essere scoperte tramite l'osservazione, e il cui studio é l'oggetto della Filosofia naturale.

Il calore penetra, come la gravità, tutte le sostanze dell'Universo; i suoi raggi occupano tutte le parti dello spazio. Lo scopo della nostra Opera é di esporre le leggi matematiche cui obbedisce questo elemento. Questa teoria sarà d'ora in poi una delle branche più importanti della Fisica generale.

Le conoscenze che i popoli più antichi avevano potuto acquisire nel campo della Meccanica razionale non ci sono pervenute, e la storia di questa scienza, fatta eccezione per i primi teoremi sull'armonia, non risale al di là delle scoperte di Archimede. Questo grande geometra spiegò i principi matematici dell'equilibrio dei solidi e dei fluidi. Passarono circa diciotto secoli prima che Galileo, primo inventore delle teorie dinamiche, scoprisse le leggi del moto dei gravi. Newton racchiuse in questa nuova scienza tutto il sistema dell'universo. I successori di questi filosofi hanno dato a queste teorie un'estensione e un'ampiezza mirabili; ci hanno insegnato che i fenomeni più diversi sono soggetti ad un piccolo numero di leggi fondamentali, che si riproducono in tutti gli atti della natura. Si é visto che gli stessi principi reggono tutti i moti degli astri, la loro forma, le diversità dei loro corsi, l'equilibrio e l'oscillazione della luce, le azioni capillari; le ondulazioni dei liquidi e infine, gli effetti più composti di tutte le forze naturali, ed é stato confermato questo pensiero di Newton: < Quod tam paucis tam multa praestet geometria gloriatur >.

Ma quale che sia l'estensione delle teorie meccaniche, esse non si applicano agli effetti del calore. Questi formano una categoria speciale di fenomeni che non possono essere spiegati con i principi del moto e dell'equilibrio. Da molto tempo si possiedono strumenti ingegnosi atti a misurare molti di questi effetti; si sono raccolte osservazioni preziose, ma non si conoscono così altro che dei risultati parziali e non la dimostrazione matematica delle leggi che li comprendono tutti.

Ho dedotto queste leggi attraverso un lungo studio e il confronto attento dei fatti noti fino ad oggi; li ho osservati tutti di nuovo, nel corso di molti anni, con gli strumenti più precisi di cui si sia mai fatto uso.

Per fondare questa teoria, era necessario in primo luogo distinguere e definire con precisione le proprietà elementari che determinano l'azione del calore. Ho constatato poi che tutti i fenomeni che dipendono da questa azione si riducono ad un numero assai piccolo di fatti generali e semplici, e, per questa via, ogni questione fisica di questo genere é ricondotta ad una ricerca di Analisi matematica. Ne ho tratto la conclusione che per determinare il numero dei più svariati moti del calore, é sufficiente sottoporre ogni sostanza a tre osservazioni fondamentali. In effetti, i diversi corpi non possiedono allo stesso grado la facoltà di contenere il calore, di riceverlo o di trasmetterlo attraverso la loro superficie e di condurlo all'interno della massa. Si tratta di tre qualità specifiche che la nostra teoria distingue con chiarezza ed insegna a misurare.

E' facile rendersi conto di quanto queste ricerche interessino le scienze fisiche e l'economia civile, e quale possa essere la loro influenza sui progressi delle arti che richiedono l'uso e la distribuzione del fuoco. Esse hanno anche una relazione necessaria con il Sistema del mondo, ed é possibile conoscere questi rapporti se si considerano i grandi fenomeni che si verificano in prossimità della superficie del globo terrestre.

...

Se si considerano inoltre, i rapporti molteplici di questa teoria matematica con gli usi civili e le arti tecniche, si constaterà l'ampiezza delle sue applicazioni. E' evidente che essa comprende un'intera serie di fenomeni distinti, e che non si potrebbe ometterne lo studio senza escludere una parte notevole della scienza della natura. I principi di questa teoria sono dedotti, come quelli della meccanica razionale, da un piccolo numero di fatti primordiali, di cui i geometri non considerano la causa, ma che accettano come risultato delle osservazioni comuni e confermate da tutte le esperienze.

Le equazioni differenziali (2) della propagazione del calore esprimono le condizioni più generali, e riconducono le questioni fisiche a dei problemi di Analisi pura, e questo é proprio l'oggetto della teoria. Esse non vengono dimostrate meno rigorosamente delle equazioni generali dell'equilibrio e del moto. E' per rendere questo confronto più chiaro che noi abbiamo sempre preferito delle dimostrazioni analoghe a quelle dei teoremi che servono da fondamento alla Statica ed alla

Dinamica. Queste equazioni valgono ancora, ma esse assumono una forma diversa, quando esprimono la distribuzione del calore luminoso nei corpi diafani, oppure quando esprimono i moti che provocano all'interno dei fluidi i cambiamenti di temperatura e di densità. I coefficienti che sono presenti in esse, sono soggetti a variazioni la cui misura esatta non é ancora nota; ma, in tutte le questioni naturali che ci preme considerare, i limiti delle temperature sono abbastanza poco diversi da poter omettere queste variazioni dei coefficienti.

Le equazioni del moto del calore, come quelle che esprimono le vibrazioni dei corpi sonori, o le ultime oscillazioni dei liquidi, appartengono ad una delle branche della Scienza del calcolo scoperte più di recente, e che é molto importante perfezionare. Dopo aver stabilito queste equazioni differenziali occorreva ottenerne gli integrali (3) ... Questa ricerca che ne deriva non lascia niente di vago e di indeterminato nelle soluzioni; esso le conduce fino alle ultime applicazioni numeriche, condizione necessaria di ogni ricerca e senza la quale non si giungerebbe che a delle trasformazioni inutili.

Questi stessi teremi che ci hanno fatto conoscere gli integrali delle equazioni del moto del calore si applicano immediatamente a delle questioni di Analisi generale e di Dinamica di cui si cercava da molto tempo la soluzione. Lo studio approfondito della Natura é la fonte più feconda delle scoperte matematiche. Non soltanto questo studio, offrendo alla ricerche un fine determinato, ha il vantaggio di escludere le questioni vaghe e i calcoli inutili; esso é anche un mezzo sicuro per costruire l'Analisi stessa, e per scoprirne gli elementi che ci preme di più conoscere, e che questa scienza deve sempre conservare: questi elementi fondamentali sono quelli che si riproducono negli effetti naturali.

Si può constatare, ad esempio, che una stessa espressione, di cui i geometri avevano considerato le proprietà astratte e che, da questo punto di vista appartiene all'Analisi generale, rappresenta anche il moto della luce nell'atmosfera, e che questa espressione determina le leggi della diffusione del calore nella materia solida, ed interviene in tutte le questioni principali della teoria delle probabilità.

Le equazioni analitiche ignorate dagli antichi geometri, introdotte da Descartes per la prima volta nello studio delle curve e delle superfici, non si applicano solo alle proprietà delle figure ed a quelle che sono l'oggetto della Meccanica razionale; esse valgono per tutti i fenomeni generali. Non ci può essere linguaggio più universale e più semplice, più esente da errori e da oscurità, cioé più degno di esprimere i rapporti invariabili degli esseri naturali.

Considerata da questo punto di vista, l'Analisi matematica é altrettanto estesa quanto la Natura; essa definisce tutti i rapporti sensibili, misura i tempi, gli spazi, le forze, le temperature; questa scienza difficile si forma con lentezza, ma conserva tutti i principi che essa ha via via acquisito; essa si accresce e si consolida senza sosta, fra tanti cambiamenti ed errori dello spirito umano. Il suo attributo principale é la chiarezza; essa non ha assolutamente simboli per esprimere le nozioni confuse. Essa avvicina i fenomeni più diversi e scopre le analogie segrete che li uniscono.

Se la materia ci sfugge, come nel caso dell'aria e della luce, per la sua estrema rarefazione, se i corpi sono posti lontano da noi, nell'immensità dello spazio, se l'uomo vuol conoscere lo spettacolo dei cieli in epoche succcessive separate da un gran numero di secoli, se le azioni della gravità e del calore si esercitano all'interno del globo solido a delle profondità che saranno sempre inaccessibili, l'Analisi matematica può ancora cogliere le leggi di questi fenomeni. Essa li rende presenti e misurabili, e sembra essere una facoltà della ragione umana destinata a supplire alla brevità della vita ed alla imperfezione dei sensi; e cosa ancora più importante, essa procede allo stesso modo nello studio di tutti i fenomeni; li interpreta con lo stesso linguaggio, come per attestare l'unità e la semplicità del piano dell'universo, e rendere ancor più manifesto quest'ordine immutabile che presiede a tutte le cause naturali.

...

Le nuove teorie esposte nella nostra Opera sono riunite per sempre alle Scienze matematiche e poggiano, come queste, su dei fondamenti invariabili; conserveranno tutti gli elementi che posseggono attualmente e acquisteranno continuamente maggiore estensione. Si perfezioneranno gli strumenti e si moltiplicheranno le esperienze. L'analisi che abbiamo costruito sarà dedotta da metodi più generali, cioè più semplici e più fecondi. Saranno determinate, per le sostanze solide o liquide, per i vapori e per i gas permanenti, tutte le qualità specifiche relative al calore, e le variazioni dei coefficienti che le esprimono.

Saranno osservate, nei diversi luoghi del globo, le temperature del suolo a diverse profondità, l'intensità del calore solare ed i suoi effetti, costanti e variabili nel'atmosfera, nell'Oceano e nei laghi; e si conoscerà quella temperatura costante del Cielo, che é propria delle regioni planetarie.

La teoria medesima dirigerà tutte queste misure e ne assegnerà la precisione. Essa non può fare ormai alcun progresso considerevole che non sia fondato su queste esperienze; poiché l'Analisi matematica può dedurre, dai fenomeni generali e semplici, l'espressione delle leggi della Natura; ma, l'applicazione speciale di queste leggi ad effetti molto compositi, esige una lunga serie di osservazioni esatte.

Note

1) "La Geometria mena vanto del fatto che riesce a conseguire molti risultati da pochi principi". La frase é tratta dai *Philosophiae naturalis principia mathematica*, di I. Newton.

2) Un’equazione differenziale é una relazione tra una funzione incognita e le sue derivate. La risoluzione (o "integrazione") di un’equazione differenziale consiste nel determinare la funzione che insieme alle sue derivate soddisfa la relazione data. Chiariamo quanto precede con un classico esempio formulato in un caso particolare.

   Consideriamo un punto materiale che si muove su una retta e la cui ascissa (cioè la cui posizione) x é una funzione del tempo t : x = x(t).

   E' noto che l'accelerazione del punto é uguale alla derivata seconda di tale funzione x(t). La legge fondamentale della dinamica che esprime il fatto che la forza impressa al punto é uguale al prodotto della massa del punto materiale per l'accelerazione, f = ma, si riscrive: f = m x(t). Integrare tale equazione differenziale significa determinare la funzione x = x(t), cioé la legge del moto. E' questo un esempio dell'importanza delle equazioni differenziali, che intervengono nella rappresentazione dei più svariati fenomeni naturali.

3) Cioé "integrare" l'equazione, trovare le soluzioni, nel senso della nota precedente.