

EULER, IL MAESTRO DI TUTTI MATEMATICI

Ana Millán Gasca

(Nota biografica pubblicata sulla rivista *Per la tangente*, 2 (marzo 2007), 50-53).

Il 15 aprile 1707 nacque a Basilea, in Svizzera, Leonhard Euler, protagonista indiscusso della scienza europea del suo tempo.

Basilea era una città universitaria impregnata degli ideali religiosi della riforma protestante. Il padre, Paul, vi aveva studiato teologia ed era poi diventato un ministro di culto, e questa era anche l'attività del nonno materno. Euler, che conservò sempre un profondo attaccamento alla tradizione religiosa familiare, s'iscrisse anche lui, nell'autunno del 1723, alla facoltà di teologia. Ma egli non diventò pastore come avrebbero voluto i suoi genitori, bensì seguì la propria inclinazione verso gli studi di matematica, facilitata dalla felice circostanza che a Basilea insegnava Johann Bernoulli. Euler stabilì un intenso rapporto umano e intellettuale con la famiglia Bernoulli (una vera e propria dinastia di matematici), ereditato anch'esso da suo padre. Infatti, Paul Euler aveva una discreta cultura matematica, aveva seguito le lezioni di Jacob, il fratello di Johann Bernoulli, e conosceva quest'ultimo, il quale accettò di accompagnare il giovane Leonhard in un itinerario di letture delle opere di Galileo, Cartesio, Newton e altri studiosi.

Euler proseguì per un po' le sue fatiche con il greco, il latino e altre materie di teologia, mentre leggeva avidamente e andava ogni sabato a discutere di temi scientifici con Bernoulli. Aveva appena diciannove anni quando imboccò con determinazione la strada che gli avrebbe permesso di dedicarsi alla scienza. Fra il 1726 e il 1727, mentre concludeva gli studi universitari a Basilea, scrisse e pubblicò i suoi due primi articoli scientifici e presentò uno studio a un premio dell'Accademia delle Scienze di Parigi, che aveva come tema l'ubicazione migliore – oggi diremmo “ottima” – degli alberi in una nave di guerra, con il quale ottenne il secondo posto. I primi due lavori risolvevano questioni relative alle linee curve che potevano servire a studiare fenomeni del moto, ma considerati da un punto di vista teorico, ossia senza indicare un contesto reale specifico al quale tali risultati potevano essere applicati. Il terzo lavoro era di natura diversa: Euler adoperava la stessa metodologia razionale di studio e gli strumenti della matematica, ma in vista della risoluzione di un problema specifico di interesse pratico. Le ricerche sui problemi legati alla navigazione sarebbero diventate nel seguito una delle specialità di Euler: nel 1747 le raccolse in un imponente trattato intitolato *Scientia navalis*, scritto in latino e rivolto quindi agli studiosi, e nel 1773 le sintetizzò in una versione semplificata pubblicata in francese – e tre anni dopo in inglese – con il titolo *Teoria completa della costruzione e della manovra dei vascelli*. Nel corso della sua vita di studioso, Euler si occupò sia di problemi di matematica, sia di problemi che oggi si potrebbero chiamare di tecnologia, oppure di matematica applicata, e che allora venivano detti di “matematica mista”.

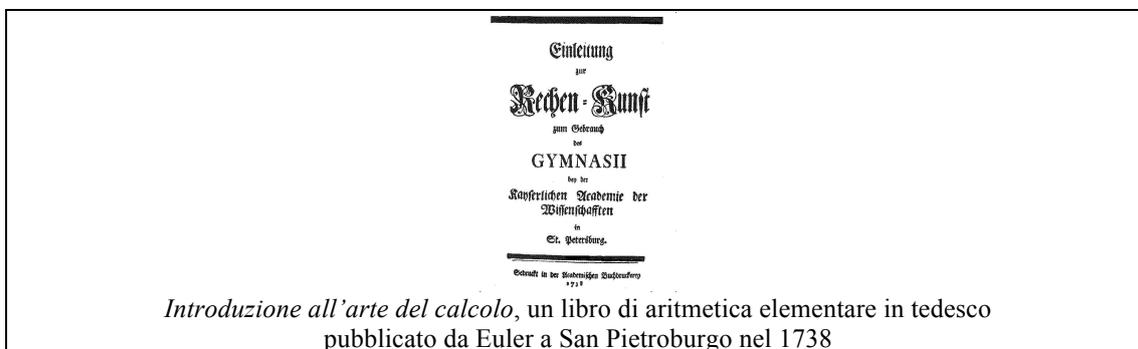
Gli studi relativi alle attività pratiche di interesse militare ed economico erano lo scopo principale delle accademie delle scienze che furono nel Settecento il vanto delle corti europee e una delle poche possibilità di dedicarsi professionalmente alla scienza. La parola “scienziato” non era stata ancora inventata: molti studiosi si guadagnavano da vivere come medici, ingegneri, militari, preti e persino avvocati (come Pierre de Fermat) o con l'insegnamento privato (che esisteva già nel mondo antico). Le cattedre

Lezione 7 I grandi successi della matematica fra Ottocento e Novecento

universitarie dedicate alla matematica o alle scienze in ogni paese europeo erano poche. Nel 1666 Luigi XIV, affidandosi alla convinzione – che si andava diffondendo fra gli uomini colti – della potenziale utilità pratica del lavoro scientifico, aveva fondato l'accademia delle scienze di Parigi, incaricandola di condurre uno studio esaustivo sulle conoscenze tecniche. Nel seguito altri re assoluti seguirono il suo esempio. L'attività di Euler fu strettamente collegata alle accademie di Berlino e San Pietroburgo, fondate sotto l'impronta culturale di Leibniz. La sua carriera iniziò nel modo seguente: i figli di Johann Bernoulli, Daniel e Nicolaus, avevano trovato collocazione proprio nella nuova accademia di San Pietroburgo, ma quest'ultimo morì precocemente nel luglio del 1726 e, così, appena laureato, a Euler fu offerto di succedergli. Per la verità, egli tentò di ottenere una cattedra di fisica a Basilea, e a questo scopo scrisse una fondamentale memoria dedicata all'acustica. Ma non gli riuscì, e allora accettò di andare a San Pietroburgo.

Le accademie svolsero un ruolo fondamentale nell'aprire la strada nella cultura europea alla scienza. Gli autori che Euler aveva studiato negli anni universitari avevano sviluppato nuovi campi della matematica e messo a punto un insieme di concetti, teorie e metodi nella ricerca sui fenomeni naturali celesti e terrestri studiati dall'astronomia, dall'ottica e dalla meccanica. Questi sviluppi, pur basati sull'imponente lascito della matematica e della filosofia della natura del mondo greco antico e sugli studi condotti nel seguito sia nell'Europa cristiana sia nei paesi dell'Islam, rappresentarono una vera e propria rivoluzione intellettuale che vide la nascita della "scienza moderna". Nel corso del Settecento l'opera di Newton sulla gravitazione universale fu considerata sempre di più un modello del pensiero razionale moderno libero di pregiudizi religiosi. E anche i governanti dei paesi europei cominciarono a rendersi conto del valore della conoscenza scientifica, che progrediva in simbiosi con la poderosa spinta all'innovazione tecnica che si era manifestata in Europa fin dalla fine del Medioevo: la scienza poteva rappresentare un solido appoggio nella corsa verso la supremazia mondiale intrapresa dall'Europa. Le nazioni europee, ed in particolare la Russia e la Prussia, si combattevano agguerritamente, ma condividevano questo movimento di idee. Il lavoro straordinario di Euler contribuì enormemente a consolidare il prestigio della scienza e la fiducia nelle potenzialità di un approccio sistematico e basato sulla scienza ai problemi della tecnica.

Per l'accademia di San Pietroburgo Euler si occupò, oltre che di nautica, di cartografia (in qualità di direttore della sezione di geografia) e di macchine.



Nel 1741, anche a causa dell'ostilità di alcuni ambienti in Russia alla presenza di studiosi stranieri, si trasferì a Berlino, dove trascorse venticinque anni. Egli era il direttore di matematica dell'accademia, ma si occupava anche di questioni organizzative e finanziarie, della biblioteca e delle pubblicazioni, dell'osservatorio

astronomico e del giardino botanico, della produzione e vendita di calendari e carte geografiche. Tra i suoi compiti vi erano anche consigliare il re Federico II in questioni tecniche di ingegneria idraulica, di artiglieria e di pensioni. Da Berlino continuò a lavorare per l'accademia di San Pietroburgo, acquistando per essa libri e strumenti scientifici e occupandosi anche della formazione scientifica di giovani russi, finché – stavolta soprattutto per le sue difficoltà nei rapporti con il re – fece ritorno in Russia nel 1766. Il suo lavoro progredì infaticabilmente in queste varie tappe della sua vita, mentre nascevano dodici figli e nonostante i suoi problemi di vista, iniziati quando aveva ventotto anni. Nel 1771, dopo un'operazione di cataratta, diventò completamente cieco; e ciononostante, con l'aiuto di alcuni collaboratori fra cui due dei suoi figli, in questa fase produsse quasi la metà di tutte le sue opere. Morì a San Pietroburgo il 18 settembre del 1783.

Grazie a queste posizioni impegnative ma prestigiose accanto ai re, Euler poté dedicarsi in libertà a esplorare tutti i campi della matematica. I suoi lavori spaziano da alcuni problemi classici di teoria dei numeri e di geometria, alle nuove tecniche algebriche e infinitesimali e le loro applicazioni, a temi che allora iniziavano ad essere esplorati, quali la probabilità o la matematica del finito.

Il problema di Basilea

Il problema di Basilea, sottoposto all'attenzione dei matematici da Jacob Bernoulli nel suo trattato sulle serie del 1689, riguardava il valore della somma infinita degli inversi dei quadrati perfetti dei numeri naturali:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$$

Euler iniziò molto giovane a meditare su questo problema, con il quale si confrontò da vari punti di vista. In un primo lavoro, pubblicato nel 1731 egli ottenne un'approssimazione numerica di questo valore molto migliore di quelle ottenute per calcoli diretti di un gran numero di termini. Poi, nel 1735, riuscì a ottenere la somma. Si trattava di un risultato sorprendente: “ho trovato che sei volte la somma di questa serie è uguale al quadrato della lunghezza della circonferenza di un cerchio di diametro 1”, scrisse, vale a dire:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

La dimostrazione di Euler fu criticata dai colleghi, ed in particolare da Daniel Bernoulli, perché dipendeva da un'affermazione che generalizzava le proprietà dei polinomi a un polinomio con infiniti termini. Si trattava di un uso un po' spregiudicato dell'infinito, che si affidava all'intuizione matematica, che si ritrova anche in altre dimostrazioni di Euler. Non che egli non desse peso alla questione della corretta argomentazione, e infatti egli propose nel seguito una dimostrazione alternativa. Come si vede, la matematica conserva nel tempo i suoi connotati intellettuali: i risultati sorprendenti, la sfida dei problemi, la tensione fra l'intuizione e il rigore. Possiamo riconoscere analoghe circostanze in due casi contemporanei famosi: la soluzione dell'ultimo teorema di Fermat e della congettura di Poincaré, dove l'estro di due matematici geniali si è confortato con il vaglio severo della comunità degli studiosi, anche con polemiche e incomprensioni.

Nella sua opera trovò compimento un lungo periodo della storia della matematica caratterizzato da una ricca attività di ricerca, prolifica di risultati nuovi ma un po' caotica e "spregiudicata", e si aprì la strada a una sistematizzazione rigorosa delle conoscenze che è stata l'aspirazione finale dei matematici fin dall'epoca di Euclide. Egli pubblicò infatti testi che ebbero una grande diffusione, quali i suoi *Elementi di algebra* (in tedesco, 1770) e soprattutto la sua *Introduzione all'analisi infinitesimale* (in latino, 1748), nella quale introdusse l'idea di funzione di una quantità variabile come espressione analitica qualsivoglia della quantità variabile e quantità costanti. Egli stabilì così dei fondamenti concettuali del calcolo differenziale e del calcolo integrale che, sostituendo il ruolo svolto fino ad allora dalle curve, resero autonoma l'analisi matematica dalla geometria.

Infine, Euler scrisse durante i suoi anni a Berlino, in francese, una delle opere di divulgazione scientifica più lette di tutti i tempi, le *Lettere ad una principessa della Germania su diversi argomenti della filosofia naturale*.

Un autore prolifico e gli inizi della letteratura scientifica europea

Già tra i suoi contemporanei Euler diventò famoso per la sua imponente produzione scientifica. Oltre ai suoi libri, scrisse un gran numero di "articoli" pubblicati sui periodici che allora rappresentavano una novità nel panorama culturale europeo. In questi lavori più brevi gli studiosi presentavano alla comunità scientifica risultati *originali*, vale a dire ottenuti sulla scia dei predecessori, ma confrontandosi con problemi nuovi. Nel suo primo articolo, pubblicato sulla rivista *Acta Eruditorum*, Euler spiegava che il suo studio generalizzava un risultato di Newton, "il più notevole degli uomini", e scriveva: "Comunico questo lavoro alla comunità dei letterati perché esso possa essere soggetto ad accurato scrutinio". Questa pratica di rendere pubblico il proprio lavoro sottoponendosi al giudizio degli altri studiosi era diventata – e lo è ancora oggi – un'abitudine tipica dell'ambiente scientifico; l'unica differenza è che la lingua franca internazionale, usata quindi da Euler, era il latino, sostituito dal francese nell'Accademia di Berlino a partire dal 1744.

Quando Euler morì, avevano visto la luce 560 libri e articoli, ma l'Accademia di San Pietroburgo continuò a pubblicare suoi scritti già depositati per quasi cinquant'anni. Nel 1909 una commissione dell'Accademia delle scienze svizzera intraprese la pubblicazione delle sue *Opere complete*, sulla base di un elenco di 866 titoli compilato dallo storico della matematica Gustaf Eneström (il sito della "Euler Commission" è <http://www.leonhard-euler.ch/>). Questa edizione, ancora in corso, è divisa in tre serie: la prima – l'unica completa – comprende i 29 volumi di opere di matematica, la seconda 31 volumi di opere di meccanica, di teoria delle macchine e di astronomia e la terza 12 volumi di opere dedicati ad altri settori della fisica, alla musica e ad altri argomenti. Una quarta serie, dedicata alla corrispondenza di Euler con studiosi di tutta l'Europa, occupa 10 volumi.

Per saperne di più

Umberto BOTTAZZINI 1981 *Il calcolo sublime: storia dell'analisi matematica da Euler a Weierstrass*. Torino, Bollati Boringhieri.

William DUNHAM 1999 *Euler. The master of us all*. Washington, D.C., The Mathematical Association of America

V. S. VARADARAJAN 2006 *Euler through time. A new look at old themes*. Providence, R.I., American Mathematical Society.