**Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013**

**AM 210 - Analisi Matematica 3**

**Tutorato 5 del 16 Novembre 2012**

**Tutori: Andrea Gullotto e Emanuele Padulano**

**Esercizio 1.** Determinare i punti stazionari delle seguente funzioni (definite su tutto $\mathbb{R}^2$) e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale

1. $f(x,y) = x^4 - 2x^2 + (e^x - y)^4$
2. $g(x,y) = (y - x^2)(x^2 - y^2)^2$
3. $h(x,y) = x^2y^2 + x^3 - x$
4. $k(x,y) = 2x^2 + 2y^2 + 2 - x^4 - y^4$

**Esercizio 2.** Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine, nei rispettivi punti, delle seguenti funzioni:

1. $f(x,y) = \cosh(x + y^2)$ in $(0,0)$
2. $g(x,y) = \log(3x^2 + y)$ in $(0,1)$
3. $N(x,y) = e^{-\tan(x+y)}$ in $(0,0)$

**Esercizio 3.** Sia

$$f(x) := \int_0^{+\infty} \frac{\log(x^2t^2+1)}{t^2+1}dt$$

1. Provare che $f$ è definita $\forall x \in \mathbb{R}$.
2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ $f$ è continua.

**Esercizio 4.** Sia

$$f(x) := \int_0^{1} \frac{1 - e^{-xt^2}}{t}dt$$

1. Trovare il dominio di $f$.
2. Provare che $f$ è continua sul suo dominio di definizione.

**Esercizio 5.** Sia

$$f(x) := \int_0^{+\infty} \frac{e^{-xt} - e^{-yt}}{t}dt$$

Provare che $f \in \mathcal{C}((0,+\infty) \times (0,+\infty))$

**Esercizio 6.** Sia

$$\begin{aligned} f :&(0,+\infty) \longrightarrow \mathbb{R} \\ &x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{e^{-xt}}{1+t}dt \end{aligned}$$

Provare che

1. $f \in \mathcal{C}^1((0,+\infty))$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$