

Tutorato di AM120

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutore: Matteo Bruno ed Emanuele Padulano

Tutorato 12 - 20 Maggio 2014

1. Calcolare

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} \frac{nx^2 e^{-nx^2}}{1+nx} dx \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{n+x} dx$$

2. Siano

$$\bullet f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right) \quad \bullet g_n(x) = \frac{nx}{x^2+n^2} \quad \bullet h_n(x) = \frac{e^{-nx}}{n^2+x^2}$$

Stabilire se

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{13} f_n(x) dx = \int_0^{13} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \right) dx$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} g_n(x) dx = \int_0^{\infty} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} g_n(x) \right) dx$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 h_n(x) dx = \int_0^1 \left(\lim_{n \rightarrow \infty} h_n(x) \right) dx$$

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{ne^x \arctan(nx)}{n^2x^2 + 1} dx$$

4. Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int_1^2 \frac{(1 - \sqrt{1+x+x^2})^2}{x^2 \sqrt{1+x+x^2}} dx \quad (e) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \sin(x) + \cos(x) - 1}$$

$$(b) \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{x - \sqrt{x^2 - 1}} \quad (f) \int_1^2 \frac{x^5}{\sqrt{x^3 - 1}} dx$$

$$(c) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^4 - 1} \quad (g) \int_{\frac{4}{3}}^2 x \log(1 - 2x - 3x^2) dx$$

$$(d) \int_{-2}^0 \frac{x^3}{x^2 + 7x + 12} dx \quad (h) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} (x+1)^2 |\cos(x)| dx$$

5. Determinare il valore dei seguenti numeri complessi:

$$(a) \operatorname{Log}(-1 - \sqrt{3}i) \quad (b) \sqrt[3]{i} \quad (c) (1+i)^i$$

6. Determinare il disco di convergenza delle seguenti serie di potenze e discuterne il comportamento sul bordo del disco di convergenza:

$$(a) \sum_{n \geq 3} \frac{(n-2)!}{n^n} z^n$$

$$(b) \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n 4^n}{2n} z^{2n}$$