



## Rudi Matematici

di Rudy d'Alembert, Alice Riddle e Piotr Rezierovic Silverbrahms

« Carnevale della Matematica #5

### 17 Settembre 1826: buon compleanno Bernhard!

Continuiamo a proporvi celebrazioni di matematici. Anche questa è opportunamente ridotta per il blog: la versione integrale (con il titolo *Pellegrinaggio a Thule*) è reperibile in [RM068](#), uscito giusto quattro anni fa. In quel tempo uno di noi aveva affrontato una sorta di pellegrinaggio sul Lago Maggiore per raggiungere la tomba (o meglio, quel che ne resta) di uno dei più grandi matematici di tutti i tempi.

\*\*\*\*\*

(...) Su un'automobile comoda e su asfalto liscio e nuovo, è pura presunzione paragonarsi ai navigatori che cercavano il Passaggio a Nord-Ovest. Eppure vado anch'io verso un Nord, per quanto si tratti di un Nord non certo remoto né tanto meno impossibile a raggiungersi; non ho Islande misteriose o ghiacciate Scandinavie alle spalle. Più modestamente, accendo l'aria condizionata per combattere i trenta gradi dell'aria esterna, seguo con attenzione la segnaletica verde dell'autostrada, e riconosco in tempo l'uscita di Feriolo. È qui che devo lasciare le veloci quattro corsie e infilarmi in una statale stretta e frequentata, che risale la costa del Lago Maggiore. A Nord, comunque. Anche io, ancora per un po', non troppo, ormai; ma pur sempre a Nord.

Capita spesso che la gente si trovi disorientata e spiazzata, quando arriva a Los Angeles: e questo succede soprattutto agli Europei, abituati come sono a città antiche che si dipartono a raggiera da un centro storico che è davvero riconoscibile dalla storia passata sulle case antiche e lungo le vie strette e le piazze raccolte. Los Angeles è invece vasta, dispersa e pochissimo "città" nel senso classico del termine; è un'insieme di località, di sobborghi celebri non meno della stessa L.A., una serie quasi infinita di toponimi senza un vero centro, senza un vero collante che non sia la scritta che campeggia sulle cartine geografiche. La sensazione di sconcerto è legittima, ma provate a venire a Verbania, e ditemi se non è la stessa cosa. Stresa, Baveno, Fondotoce, Tre Ponti, Intra, sono tutte località, tutte cittadine lacustri, e tutte sono segnate come Verbania. La mia macchina procede timida e indecisa, incerta come me se sia davvero arrivata alla fine del viaggio o se manchi invece ancora molto. Due località hanno nomi speciali e segnate in rosso nella mia testa e sui miei appunti: entrambe dopo Intra (Verbania), entrambe prima di Ghiffa (Verbania); ma dopo aver superato la foce del Toce in una manciata di chilometri sono dentro Intra, la supero, e i cartelli stradali impietosamente indicano in bianco su blu l'esotica Locarno: già Svizzera, e non deve essere ormai nemmeno troppo lontana. Quando finalmente vedo un cartello confuso tra altri cinque indicanti luoghi dai nomi arcani che restano a sinistra, in direzione ortogonale al lungolago, il cuore si calma e la freccia della Opel si accende. Biganzolo, dice quell cartello: è uno dei due nomi che cerco.



Qual è la vostra personale Ultima Thule? La felicità, la pace, il successo? Oppure la gloria, l'amore, la conoscenza? Siete già arrivati a Thule, voi, oppure, come quasi tutti i figli di questa Terra, siete ancora in cammino, alla ricerca e all'inseguimento dell'irraggiungibile? Viaggiate da soli, verso Iperborea, o fate parte d'un gruppo, d'una comitiva, d'una compagnia che divide obiettivi e difficoltà del viaggio? Ogni gruppo si fa forza, nella ricerca finale e definitiva: gli ecologisti lottano per un mondo più in sintonia con la natura, mentre magari gli scacchisti si contenterebbero di risolvere il vecchio problema "Il bianco muove e vince", scritto in caratteri piccoli sotto il diagramma d'una scacchiera con i trentadue pezzi ancora nelle posizioni d'inizio. I credenti forse identificano Thule con Dio, visto che molte religioni vedono nella matrice divina l'inizio, la causa e anche la fine di ogni cosa. Per un ragazzino di dieci anni, forse l'Ultima Thule è ancora soltanto il nuovo e non ancora completato videogioco da esplorare sulla Playstation.

Per i matematici (o quantomeno per un gran numero di essi), l'Ultima Thule è l'*Ipotesi di Riemann*. David Hilbert la considerava il più grande problema dell'umanità, ma Hilbert era decisamente poco obiettivo, quando soppesava il ruolo della matematica e quello del resto del mondo. Però è certo che non c'è matematico che non abbia sognato di dimostrarla, quell'Ipotesi. Nata nel diciannovesimo secolo, è stata sottoposta ad attacchi feroci per tutto il ventesimo, e in questi tempi si mormora che sia stata infine dimostrata. Sono soltanto voci, però: non è ancora ufficialmente riconosciuta come valida la dimostrazione avanzata da Louis De Branges de Bourcia. E poi, come già successo con lo sforzo eroico di Wiles nel venire a capo dell'Ultimo Teorema di Fermat, è facile prevedere che la "dimostrazione" non avrà lo stesso arcano fascino dell'"ipotesi". I sogni che si realizzano sono realtà, i sogni veri devono per forza rimanere sogni e nient'altro.

L'ipotesi di Riemann riguarda le parti reali delle radici non banali della funzione Zeta: si ipotizza che siano infinite, quasi tutte comprese tra 0 e 1, e che la loro parte reale sia sempre uguale a  $\frac{1}{2}$ . Tutto qui; certo, occorre poi ricordare che la funzione Zeta serve, almeno in prima battuta, a stabilire quanti siano i numeri primi inferiori ad un numero dato; che è legata ad una infinità di aspetti della Teoria dei Numeri; che è strettamente associata alla Congettura di Goldbach; che molte dimostrazioni matematiche contemporanee, quasi fossero impazienti, si lanciano già "oltre" l'ipotesi di Riemann, supponendola esatta, e provano a vedere cosa si potrà scoprire davvero "dopo" la sua ricercatissima dimostrazione; che è talmente famosa da essere una delle poche cose che valicano i muri altissimi del territorio degli "addetti ai lavori", se è vero che è stato istituito un premio di un milione di dollari per il primo che la dimostrerà. Un milione di dollari sono un sacco di soldi; eppure siamo certi che la grandissima parte dei matematici lanciati all'inseguimento delle radici della Zeta non siano alla ricerca del malloppo. Oh, non saranno così folli da non ritirare il premio, dovessero mai domare una volta per tutte il mostro di Riemann: ma siamo anche convinti che la caccia continuerebbe assidua e feroce anche in assenza del miraggio milionario. Se non vi fidate del tentativo di De Branges de Bourcia, sappiate che Hardy dimostrò a suo tempo che sono infiniti gli zeri non banali che rispettano l'ipotesi, e che svariati milioni di essi sono già stati studiati e analizzati.

Il personaggio che nel Novembre 1859 pubblicò per i tipi delle "Note Mensili" dell'Accademia di Berlino la memoria di poche pagine intitolata "*Sul numero dei numeri primi inferiori ad una grandezza data*", che conteneva la famigerata ipotesi, si chiamava Georg Friedrich Bernhard Riemann. Nato a Breselenz, nell'Hannover, il 17 Settembre 1826, era il secondo dei sei figli di un pastore luterano. Era di famiglia povera, al punto da lasciar supporre che i suoi malanni e la sua fragilità in età adulta siano dipesi dalla cattiva nutrizione che la famiglia Riemann era costretta a fruire durante l'infanzia di Georg Friedrich Bernhard: ma la ricchezza non è certo tutto, e il timidissimo Bernhard ebbe sempre un rapporto molto buono con tutti i suoi familiari, al punto di farsi, in età giovanile, molti chilometri a piedi dal Ginnasio di Luneburg fino a casa, pur di poter godere della compagnia della sua famiglia. Timido, lo era davvero: aveva problemi a parlare in pubblico, cosa che gli impedì (oltre ad una possibile mancanza di profonda vocazione) di seguire le orme del padre, perché è difficile predicare dal pulpito d'una chiesa se si ha paura del pubblico. Anche insegnare è una professione non troppo indicata, se si hanno certi problemi: ma Riemann imparò a superarli preparando le sue relazioni con un perfezionismo maniacale. Lo stesso perfezionismo (ma sarebbe meglio parlare più semplicemente di "perfezione") che si ritrova ancora nelle sue opere. Opere che non sono davvero molte: a differenza della mole spaventosa delle pagine di Eulero, quelle di Riemann riempiono a stento un piccolo volume. Essendo oggi famoso soprattutto per la celebre ipotesi e avendo prodotto così poco, si potrebbe essere tentati di pensare che Riemann sia una specie di novello Goldbach, che è passato alla storia della matematica esclusivamente per la sua congettura: ma difficilmente si potrebbe arrivare ad una conclusione più sbagliata di questa. Riemann scrisse poco, ed ebbe vita breve e malandata che gli accorcò il potenziale produttivo: ma ogni suo lavoro, per quanto breve, fu assolutamente rivoluzionario e dirompente. Se, per dirla con Dante, *poca favilla gran fiamma seconda*, le faville che fece scintillare Bernhard Riemann furono tutt'altro che poche, e gli incendi da esse scaturite stanno ancora divampando altissimi, incendiando le maggiori teorie fisiche e matematiche.

Avessi aspettato a svoltare, avessi saltato quella prima indicazione per Biganzolo, il viaggio sarebbe stato più corto e diretto. Appena un chilometro oltre il bivio da me preso con sicura baldanza, proprio in coincidenza della pietra miliare del Km. 16, un incrocio più comodo mi

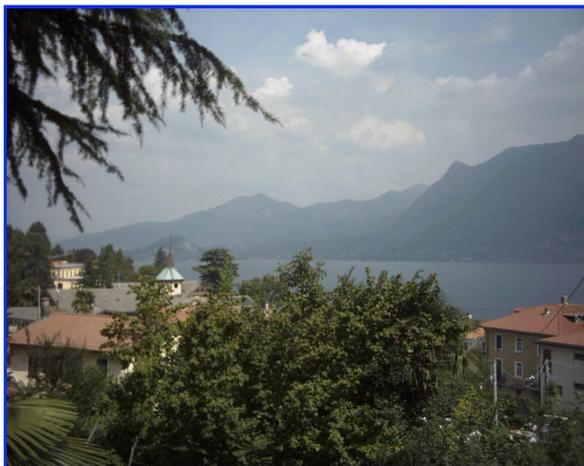
si sarebbe palesato davanti, e con entrambi i nomi da me cercati ben marcati sui cartelli stradali. Però, se avessi davvero aspettato un altro chilometro, mi sarei perso la salita sulla collina di Biganzolo, le strade strette e ombreggiate, il panorama del lago dall'alto; avrei evitato di perdersi, perdendo così almeno un po' del senso dell'avventura alla ricerca di questa piccola Thule sulle rive del lago Maggiore; soprattutto, avrei visto la chiesa dal basso verso l'alto, che è vista peggiore di quella che la sorte mi ha riservato. È solo una piccola chiesa parrocchiale, ma è bello trovarselo davanti dopo una curva improvvisa, lungo la morbida discesa che riporta in direzione del lago: con il suo bravo campanile d'ordinanza, eretta a mezzacosta sulla collina. Sembra più una piccola cappella di campagna che una parrocchia: il primo pomeriggio estivo scaldato deciso i suoi muri e, inevitabilmente, lascia chiuso e sbarrato il suo portone. E io, alla fin fine, non sono neanche sicuro al cento per cento di essere arrivato al posto giusto.

Chi si avvicina prima alla fisica che alla matematica incontra il nome di Riemann quando incontra Albert Einstein e la Teoria della Relatività Generale: certo, lo incontra in questo modo su testi di divulgazione, e non su libri di testo: quando si arriva a studiare seriamente la Relatività, il nome di Riemann lo si è sicuramente già incontrato in precedenza, ad esempio nella trattazione delle funzioni analitiche. Ma anche i libri di divulgazione non possono fare a meno di raccontare di come Einstein abbia dovuto fare i conti con una geometria che poco somigliava a quella euclidea, nel momento in cui la sua maggiore teoria prendeva forma ed equazioni; di come si palesassero le sue difficoltà con certa matematica, di quanto ebbe bisogno di aiuto di matematici (guarda un po', italiani) come Levi-Civita e Ricci-Curbastro; di come questi gli spiegarono che alla sua teoria ben si adattava una geometria più complessa e sofisticata di quella di Euclide: una geometria immaginata e descritta da Georg Friedrich Bernhard Riemann. Einstein rimase entusiasta della geometria riemanniana, e ne aveva ben donde: come disse Freudenthal, *"lo spirito dell'approccio riemanniano era esattamente quello di cui la fisica aveva bisogno: la struttura metrica determinata dai dati"*. Può capitare allora che il lettore tenda a figurarsi Riemann come un contemporaneo, o quasi, di Einstein: almeno, così è successo a chi scrive queste note. Invece, Riemann riposava già nel mondo dei più da cinquant'anni, quando la Relatività Generale vide la luce.

Dopo il Ginnasio a Luneburg, Riemann era atteso dall'austera e magnifica Università di Göttingen. A quei tempi, il più celebre matematico di quell'Università era uno dei più grandi matematici di tutti i tempi, Karl Friedrich Gauss. Il solitario e timido Riemann lo avrà poi come relatore nella sua tesi di dottorato, e l'encomio che il sommo Gauss pronunciò a suo beneficio mostra che il grande Karl riusciva a riconoscere facilmente anche i buoni matematici, oltre alla buona matematica. Eppure Riemann pubblicava poco; lesse in sei giorni le novecento pagine della "Teoria dei Numeri" di Legendre, e la memoria con la sua celeberrima Ipotesi, pubblicata non troppo tempo dopo, mostrano come, tutto sommato, non fu lettura affrettata, quella che dedicò al tomo di Legendre. Dopo i primi due anni a Göttingen, andò per due anni a Berlino, a studiare con Jacobi, Dirichlet e altri. Qui venne a scoprire nuovi metodi rispetto a quanto si insegnava a Göttingen, e si dedicò allora per un po' allo studio dei fondamenti dell'analisi complessa: i suoi maestri, soprattutto Eisenstein, provarono a mostrargli i limiti più ardui ed evoluti della teoria delle funzioni, ma Riemann sembrava interessarsi più ai fondamenti di quella scienza, che ai suoi teoremi. In breve, rifondò la teoria delle funzioni analitiche, e tracce di questo si ritrovano inevitabilmente nelle condizioni di olomorfismo, che sono dette "di Cauchy-Riemann", nella definizione stessa di integrale ("alla Riemann") e in centinaia di altri punti.

Tornò a Göttingen nel 1849: in fondo, perbacco, doveva ancora prendere la laurea in matematica, in quell'Università. Stranamente, però, cominciò invece ad interessarsi più marcatamente di fisica. Seguì corsi di filosofia e di fisica sperimentale sotto Weber; dai suoi appunti, sappiamo che quei corsi gli bastarono per rifiutare il concetto di "azione a distanza", e preconizzare l'avvento della Teoria dei Campi. La fisica gli piacque al punto da dimenticarsi (di nuovo!) che doveva ancora laurearsi in matematica, e si iscrisse nel 1850 all'Istituto di Fisica Matematica fondato da Weber, Ubrich, Stern e Listing. È qui che scopre, grazie ai buoni uffici di Listing, che la topologia è uno strumento assai utile, per un fisico. Riemann comprende la lezione, e la elabora fino a concludere che la topologia è strumento ancora più utile, per un matematico. Sette anni dopo, nel 1857, applicherà i metodi topologici alla teoria delle funzioni di variabili complesse, regalando alla matematica e al mondo le magiche "superfici di Riemann", infinitamente estese e avvolte su loro stesse, con "tagli" che le separano al fine di moltiplicarle all'infinito. Nel farlo, restituisce uniformità alle intrattabili funzioni multiformi, e svincola una volta per tutte la matematica (piano cartesiano compreso) dalla schiavitù del piano euclideo.

Non sto cercando una chiesa. Le scarse notizie rubate in rete e, soprattutto, la poetica mail di un vecchio lettore di RM, Luigi, mi hanno indirizzato verso Biganzolo per arrivare a Selasca, quando ancora non sapevo che entrambi erano borghi vicinissimi e piccolissimi, entrambi inclusi nella losangelesca Verbania. Luigi mi scrive che viene qui ogni anno, in un pellegrinaggio ripetuto che invece io faccio adesso per la mia prima volta; se ho letto bene le sue righe, qui, su questa collina, a pochi passi dalla chiesa, dovrebbe esserci anche un piccolo camposanto. Ma a chi chiedere, se la chiesa è chiusa? Giro attorno all'edificio, e non è una grande passeggiata: quando giungo sul retro della chiesa, ho un panorama che mi rassicura e sorprende tre volte. Il lago, innanzitutto, che si intravede tra tetti e montagne, con acqua scura e d'una tonalità di grigio appena più scura di quella dei monti. E sul lago, il promontorio inconfondibile di Caldè-Castelvecchiana, sulla riva lombarda e opposta, esattamente di fronte ai miei occhi. Sarà il tema del viaggio, ma è inevitabile pensare che i sei o sette chilometri che mi separano da quel promontorio diventerebbero immediatamente decine, quasi centinaia, se volessi risalire in macchina e tornare di nuovo a toccare quella riva. Ovvio, penso con quell'incongruenza di cui sono capaci solo i mediocri: il lago, in questo momento, fa quello che fa il "taglio" su una superficie di Riemann: la vicinanza è solo apparente, finché resto incollato sul piano cartesiano della terra e delle strade d'asfalto. Avessi ali o vele, allora i pochi chilometri resterebbero tali: ma la mia geometria in questo momento non è euclidea, è riemanniana. E vorrei bene vedere che non lo fosse, visto dove mi trovo... Sposto lo sguardo di nuovo sulla costa piemontese, sulle case, sui tetti, e poi appena qui sotto, lungo la collina che ospita questa stessa chiesetta, e infine lo vedo. Non c'è dubbio, stavolta: è piccolissimo, ma è indubbiamente un cimitero.



Bernhard infine si laurea, nel 1851. La sua tesi è il frutto dei suoi studi sulle variabili complesse, e si intitola "Principi di una teoria generale sulle funzioni di variabile complessa", e Gauss la definisce "molto bella"; aggiunge poi che "... non solo soddisfa alle condizioni richieste per la tesi di laurea, ma le supera di gran lunga".

I successivi lavori di Riemann non si distolgono dal suo solito, sorprendente e rivoluzionario livello: si dedica all'elettromagnetismo, e contribuisce in maniera innovativa alla teoria; si dedica alle funzioni abeliane, e lo fa in contemporanea con la pubblicazione sullo stesso argomento da parte di Weierstrass; quest'ultimo, una volta letta la memoria di Riemann, ritira la sua pubblicazione, quasi a voler dichiarare la manifesta superiorità del collega di Hannover. Tutto questo accade, è bene ricordarlo, mentre Riemann ha solo trent'anni e non è ancora professore a Göttingen: lo diventerà solo l'anno successivo, nel 1857. Nel frattempo, era rimasto povero, con tre sorelle da mantenere, e con una salute tutt'altro che ferrea. Continua ad affrontare temi nuovi, come la teoria del calore e l'elettrodinamica; nel 1862 trova anche il tempo per sposarsi; soprattutto, però, trova sempre il tempo di ammalarsi. Pochi mesi dopo il suo matrimonio, si ammalò di pleurite, e decide di passare un po' di tempo in Italia, per giovare del clima più mite. Guadagnò presto una forma migliore, e dopo l'inverno italiano ritornò a Göttingen. E tornò ad ammalarsi. E tornò di nuovo in Italia, a Pisa, nel 1863; la città toscana provò il colpaccio, offrendogli una cattedra all'Università, e sembra che Riemann avrebbe accettato volentieri, se non fosse stato in condizioni di salute ancora così malandate da non poter ragionevolmente sostenere l'impegno. Göttingen gli prolungò la licenza, e Georg poté permettersi un periodo lungo di riposo, creandosi numerose amicizie tra i matematici italiani, e rinnovando quelle già stabili con matematici tedeschi, come l'inseparabile Dedekind. Infine tornò ancora a Göttingen, per passarvi l'inverno tra il 1865 e il 1866.

Ma non poteva resistere troppo a lungo. Un riacutizzarsi della malattia lo convinse a cercare ancora conforto oltre le Alpi, e scese ancora una volta in Italia. Era un'Italia appena nata, e le due rive del Lago Maggiore erano solo da sei anni riunite sotto la stessa bandiera. Il 1866 era anche l'anno della Terza Guerra d'Indipendenza, quella che doveva riportare anche il Veneto sotto il tricolore, anche se per riuscirci sembrava fossero necessarie almeno due clamorose sconfitte, a Custoza e a Lissa.

Georg Friedrich Bernhard Riemann scelse di stabilirsi a Selasca, ospite di amici. Dedekind racconta che passava il tempo lavorando all'ombra d'un fico, in serenità. Guardava, con ogni probabilità, lo stesso panorama che sto guardando io adesso. Il 20 Luglio 1866 la flotta veneziana, che era ancora austriaca, sconfisse quella napoletana e piemontese, che erano già italiane. Quello stesso giorno Riemann, ancora solo trentanovenne, morì. Fu sepolto in questo piccolissimo camposanto che ora mi ospita.

Sono passati quasi centoquaranta anni, e le tombe di solito resistono per un tempo inferiore. Comunque so che è qui che è sepolto, quel terribile rivoluzionario di poche parole. Non riuscirò a mettermi con esattezza di fronte alle sue vecchie ossa, perché dalle lapidi mi sorridono simpatiche signore Marie e qualche anziano Giovanni di queste terre e questo secolo. Ma Bernhard è qui. Certo più di quanto Dante sia nel cenotafio vuoto di Firenze, forse anche di più di quanto Napoleone sia sotto la cupola de Les Invalides, che di certo è più grande e vasta di questo piccolissimo cimitero. E il geometra che ha sconvolto la geometria sarebbe certamente in grado di dimostrare che è al tempo stesso sotto i miei piedi, sopra la mia testa e anche più lontano degli antipodi, se solo gli saltasse il ghiribizzo di farlo. Volevo comprare un fiore, per ricordare a me stesso di essere stato qui (non certo per ricordarlo a Riemann, che è senz'altro in tutt'altre faccende affaccendato, in questo momento), ma qui c'è solo lago e collina, un sole d'agosto e un camposanto di campagna poco più grande di un appartamento. Niente fiore, allora, basta il sole e la luce, che abbondano, per chiudere questo pellegrinaggio. Resta soltanto da prendere fuori dallo zainetto la macchina fotografica, e prepararsi a scattare la foto che ho inutilmente cercato per giorni in rete. È una foto che dovrebbe esserci, mi dicevo, possibile che non si trovi davvero? Beh, se non si trova, è ora che qualcuno la metta.



La lapide è appena sulla sinistra, sul muro di cinta interno. Avessi più tempo e una macchina fotografica migliore, forse riuscirei a prendere in una sola inquadratura sia il marmo che il promontorio di Caldè.

Ma è davvero troppo complicato, provarci. Scatto qualche altra foto, e dichiaro ufficialmente concluso il pellegrinaggio. Avessimo anche solo un'ipotesi di budget, in questa e-zine, avrei anche per la prima volta un'autentica scusa per emettere una nota di rimborso spese. Ma siamo poveri quanto il secondo figlio d'un pastore luterano dell'Hannover, e quindi non ho nessuna speranza.

Ma sono contento lo stesso.

---

Scritto Mercoledì, 17 Settembre, 2008 alle 08:16 nella categoria [Compleanni](#). Puoi seguire i commenti a questo post attraverso il feed [RSS 2.0](#). Puoi [lasciare un commento](#), o fare un [trackback](#) dal tuo sito.

### Scrivi un commento

Nome (obbligatorio)

Indirizzo mail (non sarà pubblicato) (obbligatorio)

Indirizzo sito web

Invia il commento

[RSS](#) ISCRIVITI A QUESTO SITO

### Link

- [Rudi Matematici](#)

### Categorie

- [Compleanni](#) (2)
- [Curiosità](#) (1)
- [Generale](#) (1)
- [Notizie](#) (3)
- [Numeri](#) (1)
- [Problemi](#) (3)
- [Soluzioni ai Problemi](#) (4)
- [Vecchi Classici della M.R.](#) (4)

Settembre 2008

L M M G V S D

1 [2](#) 3 4 5 6 7

8 9 10 11 12 13 [14](#)

15 16 [17](#) 18 19 20 21

22 23 24 25 26 27 28

29 30

[« Ago](#)

Cerca