

Elementi di Analisi - I parte - 16-7-2014

E. Scoppola

ESONERO I

Testo 1

1)

$$f(x) + g(x) = 2x^2 + \sqrt{x+1}$$

$$f(g(x)) = 2(x+1)$$

$$g(f(x)) = \sqrt{2x^2+1}$$

2)

$$\cdot \bar{u} + \bar{v} = (-2, 2)$$

$$\cdot \bar{u} - \bar{v} = (4, -4)$$

$$\cdot \bar{u} \cdot \bar{v} = -6$$

$\cdot \bar{u} \times \bar{v}$ è il vettore nullo perchè $\bar{u}$ e $\bar{v}$ sono paralleli.

ESONERO II

Testo 1

1)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2+e^x) + 2x}{4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^x)}{4x} + \frac{\ln(2e^{-x}+1)}{4x} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = +\frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-3)(x-1)}{x-1} = -2.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(2n+3)}{3n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3(2+\frac{3}{n})}{3n^3} = \frac{2}{3}$$

2)

$$\sqrt{e^x+4} - \sqrt{5} = \frac{e^x+4-5}{\sqrt{e^x+4}+\sqrt{5}} = \frac{x}{2\sqrt{5}} + o(x)$$

è un infinitesimo del primo ordine.

ESONERO III

Testo 1

Vedi esercizio 2.64 (a) del Marcellini-Sbordone vol I tomo 3

ESONERO IV

Testo 1

$$\int \frac{1 + e^x - e^x}{1 + e^x} dx = x - \log(1 + e^x) + C$$

$$\int \frac{1}{\sin x} dx = \frac{1}{2} \left[\log(1 - \cos x) - \log(1 + \cos x) \right] + C$$

(vedi esercizio 4.114 del Marcellini-Sbordone vol I tomo 4.)

$$\int_0^4 |x - 1| dx = \int_0^1 1 - x dx + \int_1^4 x - 1 dx = 1 - \frac{1}{2} + \frac{x^2}{2} \Big|_1^4 - 3 = 5$$

ESONERO V

Testo 1

1) a)

$$D = A + 2B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

b)

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

e dunque

$$AB^T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 13 & 4 & 4 \\ 9 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2) Vedi esercizio 5.25 del Marcellini-Sbordone vol I tomo 1