III Esonero di Elementi di Analisi - I parte - 18-12-2013

D. Levi, E. Scoppola

Scrivere in alto a sinistra:
nome cognome (numero di matricola)
Testo 1

1) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = x\sqrt[3]{x^4}$$

$$f_2(x) = \frac{x^2}{1+x}$$

$$f_3(x) = \ln(x \ln x)$$

2) Determinare il limite seguente utilizzando il teorema di de l'Hopital

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)}$$

3) Scrivere l'equazione della tangente alla curva

$$y = x^3 - 4x$$

nel punto P di coordinate $(1, -3)$.

4) Studiare la funzione

$$f(x) = x^2 \ln(x^2)$$

ed in particolare

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

III Esonero di Elementi di Analisi - I parte - 18-12-2013

D. Levi, E. Scoppola

Scrivere in alto a sinistra:
nome, cognome (numero di matricola)
Testo 2

1) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \sqrt{x}\sqrt[4]{x}$$

$$f_2(x) = \frac{ax}{a+x}, \qquad a \in \mathbb{R}$$

$$f_3(x) = \arctan(\frac{1}{x^2})$$

2) Determinare il limite seguente utilizzando il teorema di de l'Hopital

$$\lim_{x\to 3}\Big(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2-x-6}\Big)$$

3) Scrivere l'equazione della tangente alla curva

$$y = x^2 + 2x + 1$$

nel punto P di coordinate $(1, 4)$.

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}$$

ed in particolare

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.