

## II Esonero di Elementi di Analisi - I parte - 10-11-2014

E. Scoppola

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

**Testo 1**

1) Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- calcolare  $\det(A)$  e  $\det(B)$ ;
- calcolare  $A + B$ ;
- calcolare  $AB$  e  $\det(AB)$ .

2) Risolvere il sistema lineare

$$\begin{aligned} x + 2z &= 1 \\ x - y + z &= 0 \\ y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

3) a) Determinare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n^2 + 3n)}{(n^2 + 1)^2}$$

b) Determinare il limite, per  $n$  che tende a infinito della successione

$$f(n) = n^3 - 2$$

e determinare  $N$  tale che  $f(n) > 10^3$  per ogni  $n > N$ .

4) Determinare i limiti seguenti:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3(x^2 + 2x + 1)}{x^5 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+x}{x-2} \right)^{x+3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 3x}{4x} \right)^{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log(3x - 2) - \log(2x)$$

5) Studiare la continuità della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ -2 \frac{\sin(x-1)}{x^2-4x+3} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

6) Determinare l'ordine di infinitesimo, per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$f(x) = \log(1+x)^2 (\tan x - \sin x)$$

II Esonero di Elementi di Analisi - I parte - 10-11-2014

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Testo 2

1) Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- calcolare  $\det(A)$  e  $\det(B)$ ;
- calcolare  $A + B$ ;
- calcolare  $AB$  e  $\det(AB)$ .

2) Risolvere il sistema lineare

$$\begin{aligned} x + y - z &= 1 \\ x + 2y &= 0 \\ y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

3) a) Determinare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(n-1)^2}{n^3 + 2n - 2}$$

b) Determinare il limite, per  $n$  che tende a infinito della successione

$$f(n) = n^4 - n^2$$

e determinare  $N$  tale che  $f(n) > 10^3$  per ogni  $n > N$ .

4) Determinare i limiti seguenti:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4}{(x^2 - 1)^2} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3+x}{1+x} \right)^{x+2} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos x}{x^2} \right)^{x+2} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(e^x + 3)}{x} \end{aligned}$$

5) Studiare la continuità della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -4 \frac{1 - \cos x}{x^3 - 2x^2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

6) Determinare l'ordine di infinitesimo, per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$f(x) = (1 - e^{x^2})x \sin x$$