

Scritto di Elementi di Analisi - Modulo A - 13 - 6 - 2016

E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

1) Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

2) Studiare le discontinuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2^{1/x} \sin x & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

4) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \sqrt{x^2 + 1} x dx, \quad \int \frac{x dx}{a^4 + x^4}$$

Scritto di Elementi di Analisi - Modulo B - 13 - 6 - 2016

D.Levi, G.M.Pierantozzi

Nome e cognome:

Matricola:

1) Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{a^n}{(2-a)^n}$ converge. Per questi valori sommarla.

2) Si trovi lo sviluppo di Fourier della funzione

$$f(x) = \cos^3 x$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale del prim'ordine:

$$y' = \frac{3y}{x+1} + (1+x)^3, \quad y(0) = 2$$

4) Determinare la soluzione generale della equazione differenziale ordinaria del secondo ordine lineare non omogenea:

$$\frac{1}{2}y'' - 2y = e^{2x}.$$

Trovare quindi la soluzione che soddisfa le seguenti condizioni al contorno:

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

5) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale lineare alle derivate parziali:

$$\partial_x f(x, y) - 3x^2 \partial_y f(x, y) = 0.$$

Trovare quindi la soluzione che soddisfa la seguente condizione al contorno

$$f(0, y) = y.$$