

III Esonero di Matematica - I parte - 14-1-2015

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Testo 1

- 1) Determinare la derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \ln(1 - x^2)$$

$$g(x) = \frac{1}{5x^2}$$

$$h(x) = \arcsin \frac{1}{x^2}$$

- 2) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = x^2 \ln x$$

nel punto $x_0 = e$.

- 3) Utilizzando il teorema di de l'Hôpital determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 2x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$$

- 4) Studiare la funzione $f(x) = \sqrt{4-x} - \sqrt{x}$ ed in particolare

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

- 5) Data la funzione

$$f(x, y) = x^2(x + y)$$

- determinare il suo dominio di definizione;
- calcolare il suo gradiente;
- calcolare la matrice Hessiana;
- calcolare la sua derivata nel punto $P(1, 1)$ nella direzione del vettore che congiunge questo punto al punto $Q(2, 1)$.

III Esonero di Matematica - I parte - 14-1-2015

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Testo 2

- 1) Determinare la derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \arccos e^x$$

$$g(x) = x^2 10^{2x}$$

$$h(x) = \ln^2 x - \ln(\ln x)$$

- 2) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2}$$

nel punto $x_0 = 1$.

- 3) Utilizzando il teorema di de l'Hôpital determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x - \sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}$$

- 4) Studiare la funzione $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ ed in particolare

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

- 5) Data la funzione

$$f(x, y) = y(x^2 + y)$$

- determinare il suo dominio di definizione;
- calcolare il suo gradiente;
- calcolare la matrice Hessiana;
- calcolare la sua derivata nel punto $P(1, 1)$ nella direzione del vettore che congiunge questo punto al punto $Q(2, 1)$.