

**Scritto di Elementi di Analisi - Modulo A - 18 - 7 - 2016**

E. Scoppola

**Nome e cognome:**

**Matricola:**

---

1) Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - x + x^2)}{x}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2 \cos x}{3x}$$

2) Determinare  $a$  e  $b$  in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

sia continua in  $\mathbb{R}$ .

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

4) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int x^m \ln x \, dx,$$

$$\int \frac{\ln^2 x}{x} \, dx$$