

Primo Esonero di Matematica B del 22/04/2016

D. Levi, G.M. Pierantozzi

Gli studenti devono fare gli esercizi in **tre ore**. Possono consultare i libri e le dispense ma non gli appunti. Inoltre devono usare solo fogli dati dalla commissione.

1. Calcolare i seguente integrali:

(a)

$$\int x^2 \ln(1 + x^2) dx \quad (5 \text{ punti})$$

(b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4(x) \cos^3(x) dx \quad (4 \text{ punti})$$

(c)

$$\int \frac{3 - 5x}{x - 4\sqrt{x} - 5} dx \quad (8 \text{ punti})$$

2. Per quali valori di $a \in \mathcal{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3 - 2a)^n}{(a - 1)^{2n}}$$

converge. Per questi valori sommarla. (4 punti)

3. Calcolare lo sviluppo in serie di Taylor in un intorno del punto $x = 3$ della funzione

$$f(x) = \sin(3 - x) - \ln(x - 2).$$

(4 punti)

4. Determinare la serie di Fourier associata alla funzione ottenuta prolungando per periodicit  la funzione seguente:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 3 \\ 1 & 3 < x < 6 \end{cases}$$

Calcolare quindi il valore della serie in $x = 3$ ed $x = 4$. (8 punti)