

Scritto di Matematica - Modulo A - 12-9-2016

E. Scoppola

I parte: elementi di algebra, geometria piana analitica, trigonometria

- 1) si veda l'esercizio 2.9 del Marcellini Sbordone tomo 1
 - 2) si veda l'esercizio 6.24 del Marcellini Sbordone tomo 1
-

II parte: matrici, sistemi lineari e limiti

- 1) si veda l'esercizio 5.38 del Marcellini Sbordone tomo 1
 - 2) si vedano gli esercizi 8.41, 8.55 del Marcellini Sbordone tomo 2
 - 3) si veda l'esercizio 8.67 del Marcellini Sbordone tomo 2
-

III parte: derivate, studio di funzioni, funzioni a più variabili

- 1) Per lo studio della funzione

$$f(x) = \frac{x-2}{e^x}$$

si veda l'esercizio 2.80 del Marcellini Sbordone tomo 3

- 2) La funzione

$$f(x, y) = \log(1 + x^2 + y^2)$$

è definita su tutto il piano \mathbb{R}^2 . Poiché $x^2 + y^2 \geq 0$ essa risulta non negativa e nulla unicamente nell'origine $(0, 0)$ che dunque risulta essere un minimo. Essendo poi funzione di $x^2 + y^2$, se si passa a coordinate polari essa risulta funzione della sola variabile radiale r , e dunque una funzione a simmetria centrale con curve di livello che sono circonferenze di centro $(0, 0)$.

Il gradiente è dato da

$$\nabla f(x, y) = (f_x(x, y), f_y(x, y)) = \left(\frac{2x}{1 + x^2 + y^2}, \frac{2y}{1 + x^2 + y^2} \right)$$

che è definito in \mathbb{R}^2 e diverso da zero tranne che nell'origine dunque l'origine è l'unico minimo. La funzione diverge per $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$ e non ha massimi. Ricordando la simmetria centrale di $f(x, y)$ una rappresentazione grafica può essere ottenuta dallo studio della funzione $f(r) = \log(1 + r^2)$.

