

Scritto di Matematica - Modulo A - 13 - 6 - 2016

E. Scoppola

I parte: geometria analitica, trigonometria, elementi di algebra

1) L'equazione trigonometrica

$$\sin 2x = \sin x$$

può essere riscritta come

$$2 \sin x \cos x = \sin x$$

da cui per ottenere le soluzioni consideriamo le equazioni

$$\sin x = 0 \quad \text{e} \quad \cos x = 1/2$$

con soluzioni $x = 0, \pi$ e $x = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$.

2) Data la retta

$$r : 2x - y + 1 = 0$$

il suo punto P di intersezione con l'asse y ha coordinate $(0,1)$ e la retta che passa per P ortogonale a r ha equazione $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

II parte: matrici, sistemi lineari, limiti

1) Dati i vettori $\mathbf{u} = (0, 1)$ e $\mathbf{v} = (2, 2)$

ii) $2\mathbf{u} - \mathbf{v} = (-2, 0)$;

iii) $(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 2$;

iv) il loro prodotto vettoriale $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v} = -2\hat{k}$;

v) l'angolo α tra di essi è $\pi/4$.

2)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1$$

3) vd Marcellini-Sbordone, Esercizi di matematica, vol I tomo 2 es. 9.16

III parte: studio di funzione, funzioni a più variabili

- 1) vd Marcellini-Sbordone, Esercizi di matematica, vol I tomo 3 es. 2.35 (a)
- 2) Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$$

Il suo dominio di definizione è il piano esclusa l'origine, $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$; le sue curve di livello sono cerchi poiché passando a coordinate polari r, θ essa è funzione della sola variabile r , $f(r) = 2 \log r$ e dunque il suo grafico si può ottenere per rotazione dal grafico di questa funzione.