

Scritto di Matematica - Modulo A - 21-9-2015
E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

I parte: elementi di algebra, geometria piana analitica, trigonometria

1) Data la parabola

$$f(x) = 2x^2 - x - 3$$

e la retta

$$g(x) = x + 1$$

determinare le coordinate dei punti di intersezione tra retta e parabola e le equazioni delle rette passanti per detti punti ed ortogonali alla retta $g(x)$.

2) Calcolare le seguenti espressioni:

$$\log_5 375 - \log_5 3 =$$

$$\log_4 256 - \log_5 125 =$$

3) Risolvere l'equazione

$$\cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$$

Scritto di Matematica - Modulo A - 21-9-2015

E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

II parte: matrici, sistemi lineari e limiti

- 1) Dati i seguenti vettori nel piano x, y :

$$\mathbf{u} = (1, 1) \quad \text{e} \quad \mathbf{v} = (0, -2)$$

determinare i vettori

$$\mathbf{w}_1 = 3\mathbf{u} + \mathbf{v} \quad \text{e} \quad \mathbf{w}_2 = \mathbf{u} - \mathbf{v}$$

e calcolarne il loro prodotto scalare $\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2$ ed il loro prodotto vettoriale $\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2$.

- 2) Risolvere il seguente sistema lineare

$$\begin{aligned} x + y - z &= 2 \\ 2x - y + 3z &= 1 \\ 3x + y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

- 3) Determinare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x + x^2)}{\ln x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x \left[\ln(\sqrt{x} + 1) - \ln \sqrt{x + 1} \right]$$

- 4) Calcolare l'ordine di infinitesimo rispetto a x per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\tan x \sqrt{\sin x}$$

Scritto di Matematica - Modulo A - 21-9-2015

E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

III parte: derivate, studio di funzioni, funzioni a più variabili

1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

2) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{1 - x^4 - y^4 - 2x^2y^2}$$

- determinare il suo dominio di definizione;
- determinarne il gradiente;
- determinarne massimi e minimi;
- (*facoltativo*) darne una rappresentazione grafica.