III Esonero di Matematica - mod A - 22-1-2016

E. Scoppola

nome cognome:
numero di matricola:

Testo 1

1) Determinare lo sviluppo in serie di Taylor al terzo ordine intorno al punto $x_0 = 1$ della funzione
$$f(x) = e^{x \log x}$$

2) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione
$$g(x) = x^2(1 - x)$$
nel punto $x_0 = 1$.

3) Utilizzando il teorema di de l'Hôpital calcolare i limiti
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 - 3x^2 + 2x}$$
$$\lim_{x \to \infty} x^{\frac{1}{x}}$$

4) Studiare la funzione
$$f(x) = e^{x+1}\sqrt{2x + 3}$$
ed in particolare:
   - determinare il suo dominio di definizione;
   - verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
   - studiarne gli eventuali asintoti;
   - determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
   - determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
   - determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
   - farne un disegno qualitativo.

5) Data la funzione
$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$$
determinare il gradiente, la matrice hessiana e passando a coordinate polari determinarne l'andamento qualitativo.

III Esonero di Matematica - mod A - 22-1-2016

E. Scoppola

nome cognome:
numero di matricola:

Testo 2

1) Determinare lo sviluppo in serie di Taylor al terzo ordine intorno al punto $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = x^2 \sin x$$

2) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$g(x) = x^2 \log x$$

nel punto $x_0 = 1$.

3) Utilizzando il teorema di de l'Hôpital calcolare i limiti

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^3 - 3x^2 + 2x}$$

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = e^{-(x-1)}\sqrt{x-1}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

5) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

determinare il gradiente, la matrice hessiana e passando a coordinate polari determinarne l'andamento qualitativo.