

Scritto di Matematica - Modulo A - 27 - 4 - 2016

E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

I parte: geometria analitica, trigonometria, elementi di algebra

- 1) Risolvere l'equazione trigonometrica

$$\sin^2 x = \sin x$$

- 2) Data la retta

$$r : 2x - 3y + 1 = 0$$

trovarne il punto P di intersezione con l'asse y e determinare la retta che passa per P ortogonale a r .

Scritto di Matematica - Modulo A - 27 - 4 - 2016

E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

II parte: matrici, sistemi lineari, limiti

1) Dati i vettori $\mathbf{u} = (1, 0)$ e $\mathbf{v} = (-2, 2)$

- i) rappresentarli nel piano x, y ;
- ii) calcolare le componenti del vettore $4\mathbf{u} - \mathbf{v}$;
- iii) calcolare il loro prodotto scalare $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$;
- iv) calcolare il loro prodotto vettoriale $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$;
- v) calcolare l'angolo α tra di essi.

2) Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x$$

Scritto di Matematica - Modulo A - 27 - 4 - 2016

E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

III parte: studio di funzione, funzioni a più variabili

1) Studiare la funzione

$$f(x) = x - \sin x$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

2) Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - \sin \sqrt{x^2 + y^2}$$

Discutere dominio, curve di livello e disegnare qualitativamente il grafico.

Scritto di Matematica - Modulo B - 27- 4 - 2016

D. Levi, C. Scimiterna, E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

IV parte: integrali, serie

- 1) Calcolare i seguenti integrali

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \cos x} \, dx$$

$$\int \frac{3x + 1}{x^2 - 6x + 5} dx$$

$$\int \frac{1}{1 + e^x} dx$$

- 2) Calcolare l'area della regione piana delimitata dall'ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

- 3) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n-1}$$

Scritto di Matematica - Modulo B - 27-4-2016

D. Levi, C. Scimiterna, E. Scoppola

Nome e cognome:

Matricola:

V parte: equazioni differenziali, equazioni alle derivate parziali

- 1) Determinare la soluzione del problema differenziale

$$\frac{1}{2}y'' + 2y = \sin x, \quad \begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

- 2) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1 + \cos^2 x) dy + y (\cos x \sin x) dx &= 0 \\ y(\pi/2) &= 5 \end{cases}$$

- 3) Determinare la soluzione del problema differenziale

$$\begin{cases} \partial_x f(x, y) - 3\partial_y f(x, y) = 0 \\ f(0, y) = y \end{cases}$$