

Scritto di Matematica del 8-2-2016

E. Scoppola

I parte

1)

$$\log_3 405 - \log_3 5 = \log_3 81 = 4$$

$$\log_2 \frac{1}{32} = -\log_2 32 = -5$$

2) Intersezione tra le rette

$$y = -\frac{1}{2}x + 1 \qquad y = 3x + 1$$

in $P = (0, 1)$. La retta ortogonale a r e passante per P ha equazione

$$y = 2x + 1.$$

II parte

1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) + \ln(1-x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1-x^2)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{y \rightarrow \infty} \ln\left(1 - \frac{1}{y}\right)^y = \ln(e^{-1}) = -1$$

avendo posto $y = \frac{1}{x^2}$.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x+2} \right)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}.$$

2)

$$\tan x + x^2 - \sin x = \frac{\sin x}{\cos x} (1 - \cos x) + x^2 = \frac{(x + o(x))\left(\frac{x^2}{2} + o(x^2)\right)}{\cos x} + x^2$$

è un infinitesimo del secondo ordine.

3) Vedi esercizio 5.27 del Marcellini-Sbordone vol I tomo 1

III parte

Vedi esercizio 2.35 (a) del Marcellini-Sbordone vol I tomo 3

IV parte

- 1) Vedi esercizio 4.131 del Marcellini-Sbordone vol I tomo 4
- 2) Vedi esercizi 5.24, 5.15 del Marcellini-Sbordone vol I tomo 4.
- 3) La serie di Taylor della funzione $f(x) = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$ è:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2x)^{2n+1}}{(2n+1)!}$$