

## Prova di autovalutazione - 13/12/2021

Istruzioni: si supera la prova se si totalizzano almeno 18 punti, di cui almeno 8 nei quesiti a risposta multipla ed almeno 7 nei quesiti a risposta aperta.

1) [4 punti] Per l'insieme  $A = \left\{ \frac{n}{n^2+n+5} : n = 1, 2, \dots \right\}$  si ha che

- (a)  $\sup A = \frac{1}{7}$  e  $\inf A$  è un minimo
- (b) le altre risposte sono false
- (c)  $\sup A = \frac{1}{7}$  e  $\inf A = 0$
- (d)  $\sup A$  è un massimo e  $\inf A$  non è un minimo
- (e)  $\sup A$  non è un massimo e  $\inf A = 0$

2) [4 punti] Il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \cos \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\sqrt{n^6+n} - \sqrt{n^6+1}}}$  vale

- (a)  $\sqrt{e}$
- (b)  $e^2$
- (c) le altre risposte sono false
- (d)  $e^{-1}$
- (e)  $e$

3) [4 punti] Le radici complesse dell'equazione  $(z+i)^4 = \frac{32}{1+\sqrt{3}i}$  sono date da

- (a)  $-i + 2e^{-\frac{\pi}{6}i + \frac{k\pi}{2}i}$  con  $k = 0, 1, 2, 3$
- (b)  $-i + 2e^{\frac{\pi}{6}i + \frac{k\pi}{4}i}$  con  $k = 0, 1, 2, 3$
- (c)  $-i + 2e^{-\frac{\pi}{12}i + \frac{k\pi}{2}i}$  con  $k = 0, 1, 2, 3$
- (b)  $-i + 2e^{\frac{\pi}{3}i + \frac{k\pi}{4}i}$  con  $k = 0, 1, 2, 3$
- (e) le altre risposte sono false

4) [4 punti] Il limite  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\cos(\pi x) \tan(\frac{\pi x}{2})}{e^{2x-1} \log(2x)}$  vale

- (a)  $-\frac{\pi}{2}$
- (b)  $\pi$

(c)  $\frac{\pi}{4}$

(b)  $-\pi$

(e) le altre risposte sono false

1. **(7 pt, a risposta aperta)** Calcolare il seguente limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{x^2}(1 - \cos x) - \sin^2 x}{x^2(\sqrt{1+x^2} - 1)}$ .

2. **(10 pt, a risposta aperta)** Studiare la funzione  $f(x) = \frac{4e^x}{1 - e^x}$  rispettando il seguente schema.

---

Determinare: a) il dominio di esistenza; b) eventuali simmetrie e periodicità; c) il segno di  $f$  ed eventuali punti in cui  $f = 0$

---

Calcolare i limiti rilevanti per determinare asintoti verticali e obliqui.

---

Calcolare  $f'$ , determinando punti di minimo/massimo locale/assoluto e gli intervalli di monotonia di  $f$ .

---

Calcolare  $f''$ , determinando le regioni di convessità e concavità per  $f$ .

---

Tracciare il grafico qualitativo di  $f$ .