Prova di autovalutazione - 26/1/2022

Istruzioni: si supera la prova se si totalizzano almeno 18 punti, di cui almeno 8 nei quesiti a risposta multipla ed almeno 7 nei quesiti a risposta aperta.

1) [4 punti] Il valore dell'integrale $\int_0^1 \frac{x^2}{x^6+1} dx$ è

(a) $\frac{\pi}{4}$

(b) 3π

(c) $\frac{\pi}{12}$

(d) 2π

(e) le altre risposte sono false

2) [4 punti] Data la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{13^n}{n^n} \frac{n!}{7^n}$, quale delle seguenti affermazioni è corretta:

(a) la serie diverge

(b) la serie converge

(c) la serie non converge

(d) la serie converge ad un numero $\leq \frac{13}{7}$

(e) le altre risposte sono false

3) [4 punti] Dati: $S_1 = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \log(n+1)}$, $I = \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x^2)}$ e $S_2 = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2n^2}$

(a) S_1 converge semplicemente, S_2 converge ad un numero ≤ 1

(b) S_2 converge, S_1 converge assolutamente

(c) $I = +\infty$, S_1 converge semplicemente

(d) S_2 converge, $I < +\infty$

(e) le altre risposte sono false

4) [5 punti] Il valore dell'integrale $\int_{-1}^0 x \arctan(x+1) dx$ è

(a) $\frac{\log 2 + 1}{2}$

(b) $\frac{\log 2 - 1}{2}$

(c) $\frac{1-\log 2}{2}$

(d) $-\frac{\log 2+1}{2}$

(e) le altre risposte sono false

4) (8 pt, a risposta aperta) Sia dato l'integrale $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{x^{\alpha}}{(x^2+x+1)^{\beta}} dx$.

1. Discutere la convergenza dell'integrale al variare dei parametri α e β.
2. Calcolare il valore dell'integrale per $\alpha = -1$ e $\beta = \frac{1}{2}$.

4) (8 pt, a risposta aperta) Sia data la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} (\frac{e^{2x}-2}{e^x+1})^n$.

1. Determinare i valori di x per cui la serie converge assolutamente.
2. Determinare i valori di x per cui la serie converge.
3. Determinare i valori di x per cui la serie diverge.
4. Determinare i valori di x per cui la serie non converge.