Simulazione Analisi Matemtica 1 - II Appello- Soluzioni

Esercizio 1 Risposta corretta (d)

Esercizio 2 Risposta corretta (c)

Esercizio 3 Risposta corretta (c)

Esercizio 4 Risposta corretta (b)

Esercizio 5 Ponendo $t = \tan\frac{x}{2}$ abbiamo che

$$\int \frac{dx}{4\cos x + 5\sin x} = -\int \frac{dt}{2t^2 - 5t - 2} = -\int \frac{dt}{2t^2 - 5t - 2}$$

Poiché le radici di $2t^2 - 5t - 2 = 0$ sono $t_\pm = \frac{5\pm\sqrt{41}}{4}$, abbiamo che

$$2t^2 - 5t - 2 = 2(t - t_+)(t - t_-) = 2(t - \frac{5+\sqrt{41}}{4})(t - \frac{5-\sqrt{41}}{4})$$

e quindi

$$\int \frac{dx}{4\cos x + 5\sin x} = \frac{1}{\sqrt{41}} \int [\frac{1}{t - \frac{5-\sqrt{41}}{4}} - \frac{1}{t - \frac{5+\sqrt{41}}{4}}]dt = \frac{1}{\sqrt{41}} \log|\frac{4\tan\frac{x}{2} - 5 + \sqrt{41}}{4\tan\frac{x}{2} - 5 - \sqrt{41}}| + c.$$

Esercizio 6 Data $f(x) = e^{\frac{3}{5-4x}}$ abbiamo che
dominio= $\{x \neq \frac{5}{4}\}$; $\{f > 0\} = \mathbb{R}$; interesezione assi $(0, e^{\frac{3}{5}})$;

$$\lim_{x\to\frac{5}{4}^-} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x\to\frac{5}{4}^+} f(x) = 0, \qquad \lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1;$$

$f'(x) = \frac{12}{(5-4x)^2} e^{\frac{3}{5-4x}}$ con $\{f' > 0\} = \mathbb{R}$, ossia f sempre crescente;
$f''(x) = -\frac{48(8x-13)}{(5-4x)^4} e^{\frac{3}{5-4x}}$ con $\{f'' > 0\} = (-\infty, \frac{13}{8})$, ossia $f(x)$ convessa in $(-\infty, \frac{13}{8})$.