Esercizi di equazioni differenziali lineari del 16-3-12 E. Scoppola

Esercizio 1 - Determinare la soluzione dell'equazione

$$\dot{x} - x = 1$$

con dato iniziale x(0) = 1.

Esercizio 2 - Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$\dot{x} + \frac{2x}{t} = t^3.$$

Esercizio 3 - Si determini la soluzione dell'equazione

$$\dot{x}_1 = -x_2 + \frac{t^2}{2}$$

$$\dot{x}_2 = x_1$$

con dato iniziale $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.$

Esercizio 4 - Si consideri l'equazione

$$x^{(4)} - x = 0$$

con $x^{(4)} \equiv \frac{d^4x(t)}{dt^4}$. Trovare quattro soluzioni indipendenti e determinare la soluzione con dati iniziali $x(0)=0,\ x^{(1)}(0)=0,\ x^{(2)}(0)=1,\ x^{(3)}(0)=-1$.

Esercizio 5 - Si consideri un oscillatore armonico senza attrito con pulsazione ω_0 e con un termine forzante $f(t)=(\sin 3t)^2$. Determinare per quali ω_0 c'è risonanza e determinare le soluzioni al variare di ω_0 .