

Complementi di Meccanica Analitica - 6/6/16

E. Scoppola

Esercizio 1 - Determinare la soluzione della seguente equazione alle differenze

$$x(n+1) = x(n) + e^n$$

con dato iniziale $x(0) = c$.

Esercizio 2 - Determinare punti di equilibrio e stabilità al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico

$$x(n+1) = ax^3(n) + 2x(n)$$

Esercizio 3 - Considerare la mappa quadratica

$$Q(x) = ax^2 + bx + c$$

- i) se $\{d, e\}$ è un 2-ciclo tale che $Q'(d)Q'(e) = -1$ dimostra che è asintoticamente stabile;
- ii) se $\{d, e\}$ è un 2-ciclo tale che $Q'(d)Q'(e) = 1$ che si può dire sulla stabilità del ciclo?

Esercizio 4 - Determinare l'equazione omogenea alle differenze con soluzione

$$2^{n-1} - 5^{n+1}$$

Esercizio 5 - Si consideri lo spazio delle successioni infinite di 0 e 1:

$$\Sigma_2 := \{s = s_0, s_1, s_2, \dots, s_i, \dots \text{ con } s_i \in \{0, 1\}\}$$

calcolare la distanza $d(s, t) := \sum_{i=0}^{\infty} \frac{|s_i - t_i|}{2^i}$ tra $s = 0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots$ e $t = 0, 0, 1, 0, 0, 1, \dots$.

Esercizio 6 - Come è definito lo schema di Bernoulli corrispondente al lancio di un dado simmetrico?

Calcolare la probabilità che nei primi 6 lanci escano tutti i numeri.

Calcolare la probabilità che nei primi 10 lanci escano tutti i numeri.

Esercizio 7 - Come si definisce un sistema dinamico ergodico? e mixing?