

Programma del corso di Complementi di meccanica analitica

2013 - 14

1 - Sistemi dinamici e EDO

- Richiami del teorema di esistenza e unicità delle soluzioni;
Estensione, soluzioni massimali, applicazioni alla meccanica;
Operatori lineari e spazi vettoriali, esponenziale di un operatore, sistemi lineari;
Alcuni metodi di soluzione di edo; [Chierchia, cap 8], [Gentile].
- Oscillatore armonico forzato e smorzato [dispense in rete]. Risonanza parametrica, l'altalena [Arnold]. [Gentile].

2 - Sistemi dinamici discreti e equazioni alle differenze

- Sistemi dinamici discreti, definizioni, esempi. Equazioni del prim'ordine. Punti fissi, punti periodici, punti iperbolici. Esempi. Stabilità di punti di equilibrio e orbite periodiche. [Elaydi], [Devaney].
- Mappa logistica: punti fissi, orbite periodiche, biforcazioni. Dinamica simbolica, coniugazione topologica tra la mappa logistica e lo shift. Caos deterministico. [Elaydi], [Devaney], [Vulpiani]

3 - Sistemi dinamici astratti - Teoria ergodica

- Spazi misurabili, misure di probabilità, entropia e sue proprietà [appunti in rete].
- Sistemi dinamici astratti, esempi: rotazioni sul toro, trasformazione del fornaio, schema di Bernoulli. Legge dei grandi numeri, teorema di Macmillan. Medie spaziali e temporali di osservabili. Ergodicità. Moti quasi periodici, teorema della media. Applicazioni. Isomorfismo tra lo schema di Bernoulli e la trasformata del fornaio. Proprietà di mixing. Ogni sistema mescolante è ergodico. Bernoulli è mixing. [Arnold], [Arnold, Avez], [Benettin]

4 - Cenni di teoria delle perturbazioni

- Variabili azione-angolo per sistemi con un grado di libertà. Integrabilità per quadrature. Teorema di Arnold.
- Teoria delle perturbazioni, teorema della media, teorema KAM (cenni). [Arnold], [Fasano Marini]

6 - Tesine svolte negli anni precedenti

- Teoria delle biforcazioni
- Modello di Lorenz
- Il problema dei due corpi in variabili azione-angolo
- Mappa logistica e insieme di Cantor
- Il gatto di Arnold
- Equazione di van der Pol
- Pendolo forzato con smorzamento e caos
- Teorema di Sarkovskii
- Equazioni di Lotka-Volterra
- Sequenza di Fibonacci
- Entropia

Bibliografia

[Arnold, Avez]

V. Arnold , A.Avez, “Problèmes ergodiques de la mécanique classique”, Gauthier-Villars, Paris

[Arnold]

V. Arnold, ”Metodi matematici della meccanica classica” Editori Riuniti

[AD]

D.Aldous, P.Diaconis

“Shuffling cards and stopping times”, Amer. Math'l Monthly, 93 5:333-348. (1986)

<http://www-stat.stanford.edu/~cgates/PERSI/papers/aldous86.pdf>

[Benettin]

Appunti di teoria ergodica in rete: www.math.unipd.it/~benettin/postscript-pdf/teorerg.pdf

[Chierchia]

L.Chierchia, “Lezioni di analisi matematica 2, Aracne

[Devaney]

R.L.Devaney, “An introduction to Chaotic Dynamical Systems”, Addison-Wesley

[Elaydi]

Saber Elaydi, “An Itroduction to Difference Equations”, Springer

(scaricabile dalla rete)

[Fasano, Marmi]

A.Fasano, S.Marmi, “Meccanica analitica”, Bollati Boringhieri

[Gallavotti]

G.Gallovotti, “Meccanica elementare”, Boringhieri,

vd. anche la versione inglese in rete: <http://ricerca.mat.uniroma3.it/ipparco/>

[Gentile]

G. Gentile, Introduzione ai sistemi dinamici, equazioni differenziali ordinarie, analisi qualitativa ed alcune applicazioni,

(in rete: <http://www.mat.uniroma3.it/users/gentile/2010/testo/testo.html>)

[Häggström]

O.Häggström, “Finite Markov Chains and algorithmic Applications”, London Math. Soc.

[Vulpiani]

A.Vulpiani, “Determinismo e caos”, La Nuova Italia Scientifica