CURRICULUM

NOME E COGNOME : Elisabetta Scoppola

LUOGO E DATA DI NASCITA : Roma, 11 maggio 1955

RESIDENZA: via Monte Zebio 30 - 00195 Roma - tel. 06-3207675

STATO CIVILE: coniugata con tre figli.

FORMAZIONE:
29 - 3 - 1979 : Laurea in Fisica all'Universita' di Roma "La Sapienza"
Voto 110/110 e lode
Tesi : Meccanica stocastica e applicazione al problema degli istantoni
Relatore : Prof. G.Jona-Lasinio

Dal 1 marzo 1980 ha usufruito per tre anni di una borsa di studio presso il Centro Interdisciplinare Linceo di Scienze Matematiche e loro Applicazioni -Accademia Nazionale dei Licei - .

ATTIVITA':
Dal 16 -12 -1983 al 31-10 93: ricercatore universitario presso il Dipartimento di Fisica dell'Universita' di Roma "La Sapienza".

Dal 1-11-93 al 31-10-94: professore di seconda fascia di Istituzioni di Fisica Teorica all'Universita' di Bari.

Dall'1-11-94: professore di seconda fascia all' Universita' di Roma Tre (attualmente Settore scientifico-disciplinare Fisica Matematica)

ATTIVITA' DIDATTICA

Nel 1982 ha ottenuto un posto di assistente associato di Fisica presso l'Universite' de Provence (Aix-Marseille) dove ha svolto un corso di Esperimentazione Fisica per studenti del primo anno di universita'. Negli Anni accademici tra il 1983 e il 1993 ha svolto esercitazioni presso il Dipartimento di Fisica dell'Universita' di Roma "La Sapienza" per i seguenti corsi: Metodi Matematici della Fisica, Fisica Generale 1 e 2, Esperimentazione Fisica 1 e 2, Calcolo delle Probabilita'. Negli anni accademici 1988-89 e 1989-90 ha tenuto un gruppo di lezioni al corso di Calcolo delle Probabilita' Nell' anno accademico 1991-92 ha avuto in affidamento il corso di Calcolo delle Probabilita'. Ha inoltre tenuto seminari e lezioni al corso di Dottorato in Fisica .

Nell'anno accademico 1993-94 ha tenuto un corso di Istituzioni di Fisica Teorica all'Universita' di Bari. Dall' anno accademico 1994-95 ha tenuto corsi di Meccanica

Razionale, di Meccanica Statistica e di Calcolo delle Probabilita' all' Universita' di Roma Tre.

ATTIVITA' ALL'ESTERO

Ha avuto soggiorni per collaborazioni scientifiche ed ha tenuto seminari presso i seguenti istituti:

Centre de Physique Theorique- CNRS - Luminy- Marseille (Francia)
Laboratoire de Physique Theorique et Hautes Energies, Universite' Paris VI - Parigi (Francia)
Institut des Hautes Etudes Scientifiques - Bures-sur-Yvette, (Francia)
Laundau Institute- Accademia delle Scienze - Mosca (URSS)
University of California - Irvine (USA)
University of California -Los Angeles (USA)
California Institute of Technology - Pasadena (USA)
Universita' di San Paolo (Brasile)
IMPA - Istituto di Matematica Pura ed Applicata -Rio de Janeiro (Brasile)
Mittag-Leffler Institute - Stoccolma (Svezia)
Isaac Newton Institute - Cambridge (Inghilterra)
Universiteit Nijmegen (Olanda)
Eurandom Eindhoven (Olanda)

INVITED TALKS

- "Rencontre sur le methodes semiclassiques en Mechanique Quantique" - Marseille (1984)
- VIIIth International Congress on Mathematical Physics" - Marseille 1986
- "Stochastic Processes- Geometry and Physics" - Ascona 1990
- "Probabilistic Methods in Mathematical Physics" - Certosa di Pontignano, Siena 1991
- Statphys 18 - Berlino 1992
- "Probability Theory of Spatial Disorder and Phase Transition" - Cambridge 1993
- II European Congress of Mathematics - Budapest 1996
- "Stochastic Models from Statistical Physics" - Eurandom, Eindhoven 1999
- Accadenia Nazionale dei Lincei: "A day for women in math" - Roma 1999
- Minicorso al workshop: "Finite Markov chains and applications"- Roma 2000
- "Field Theory and Statistical Mechanics" - Roma 2002

ATTIVITA' SCIENTIFICA

I temi di ricerca affrontati si possono schematicamente raggruppare come segue:

I- Limite semiclassico della meccanica quantistica

II- Localizzazione di Anderson
III- Proprieta' spettrali di quasicristalli
IV- Meccanica statistica fuori dall'equilibrio

I - Lo studio degli autovalori piu' bassi e delle corrispondenti autofunzioni di operatori di Schroedinger con potenziali che presentano diversi punti di minimo assoluto, per $\hbar/m$ piccolo, e' un vecchio problema della meccanica quantistica, esplicitamente risolto solo in alcuni casi particolari. Nei lavori [1-4] in collaborazione con G.Jona-Lasinio e F.Martinelli si e' intrapreso un nuovo approccio al problema che permette di trattare casi piu' generali e soprattutto di mettere in evidenza l'instabilita' dei risultati per perturbazioni del potenziale. Questo metodo si basa sulla connessione tra processi stocastici e meccanica quantistica, stabilita dall'equivalenza unitaria tra l'hamiltoniana ed il generatore di un processo di diffusione. Un primo passo consiste quindi nel determinare il processo di diffusione equivalente; una volta noto questo, si possono applicare tecniche probabilistiche, ispirate alla teoria delle piccole perturbazioni casuali di sistemi dinamici, che riducono il problema dello studio degli autovalori piu' bassi e delle corrispondenti autofunzioni dell'operatore di Schroedinger, allo studio dello spettro di una matrice stocastica finita. Si possono cosi' ottenere stime per difetto e per eccesso della separazione dei piu' bassi livelli energetici. Il principale risultato ottenuto con questa tecnica si puo' riassumere come segue: piccole perturbazioni del potenziale che rompono una iniziale simmetria producono una localizzazione esponenziale delle autofunzioni corrispondenti agli autovalori piu' bassi. Questo risultato ha ottenuto, negli anni successivi alla sua pubblicazione, una notevole risonanza sia in fisica che in matematica. Da un lato infatti e' una chiave interpretativa per fenomeni come la localizzazione in sistemi disordinati, o ad esempio nell'ambito della fisica molecolare permette una discussione delle possibili configurazioni di molecole piramidali come NH3, AsH3 nell'approssimazione di Born-Oppenheimer (cfr. P.Claverie,G.Jona-Lasinio). Dal punto di vista matematico, poi, questo risultato di instabilita' ha stimolato una serie di lavori di analisti (cfr. B.Helffer, J.Sjostrand) che con altre tecniche hanno trattato lo stesso problema (cfr. anche B.Simon). Nel lavoro [5] l'impostazione in termini di processi di diffusione e' risultata particolarmente adatta alla descrizione di problemi quantistici di decadimento. Anche in questo caso si giunge infatti ad una naturale ed utile separazione del problema in due parti: un primo passo consiste nel determinare uno stato quasi stazionario, discutendo le equazioni dipendenti dal tempo che governano il processo di diffusione; in un secondo passo si puo' calcolare la vita media dello stato e si puo' determinare la scala di tempo in cui il decadimento ha legge esponenziale, studiando la probabilita' di uscita del processo di diffusione da un opportuno dominio. Nel lavoro [16] infine sono stati raccolti risultati relativi a problemi unidimensionali ottenuti con le tecniche introdotte con i precedenti lavori. E' discusso in particolare il problema del tunnel attraverso una successione infinita di barriere di potenziale introducendo potenziali efficaci di struttura piu' semplice che preservano le caratteristiche del tunnel. Vengono infine fornite semplici regole di calcolo e vengono discusse alcune applicazioni fisiche.

II - Uno dei piu' semplici modelli che descrivono una particella quantistica che si muove in un mezzo random e' quello introdotto da Anderson, nel quale si assume che l'elettrone interagisca solo con le impurita' che producono un potenziale che varia stocasticamente da sito a sito. Matematicamente questo vuol dire considerare un operatore di Schroedinger discreto con potenziale dato da variabili stocastiche indipendenti identicamente distribuite. Il problema principale consiste nel capire come la presenza delle impurita' possa influenzare il comportamento dell' elettrone nel solido. Nel caso di un cristallo perfettamente periodico le autofunzioni dell'energia sono stati di Bloch delocalizzati sull'intero reticolo. Quando si introduce il disordine nel sistema la periodicita' viene rotta e per valori sufficientemente grandi della costante di accoppiamento, che costituisce il parametro di disordine, Anderson aveva congetturato che il comportamento delle autofunzioni fosse completamente differente e che si producessero autofunzioni esponenzialmente localizzate in una regione finita. La dimostrazione matematicamente rigorosa di questa localizzazione di Anderson in piu' di una dimensione e' rimasta tuttavia un problema aperto per lungo tempo. Nei lavori [11] e [14] , in collaborazione con G.Jona-Lasinio e F.Martinelli, si e' introdotta una classe di potenziali con struttura geometricamente gerarchica che hanno giocato un ruolo determinante per lo studio della localizzazione di Anderson, essendo sufficientemente semplici da poter essere analizzati in dettaglio ma abbastanza ricchi da permettere la comprensione dei meccanismi che giocano in situazioni piu' generali. E' stato infatti introdotto un potenziale con un numero infinito di buche identiche separate da barriere di uguale altezza e disposte in modo da rendere la struttura auto-similare su una sequenza di scale rapidamente crescenti. Nel caso simmetrico si e' dimostrato che il tunnel effettivamente ha luogo producendo la delocalizzazione delle funzioni d'onda. Si e' studiata l'evoluzione temporale di un pacchetto d'onda ϕ_0, inizialmente localizzato, sovrapposizione di stati di energia sufficientemente bassa, per mezzo della distanza quadratica media dall'origine della particella descritta da ϕ_0 al tempo t, $r^2(t)$, ottenendo la stima: $r^2(t) < cost(logt)^k$. Imponendo particolari simmetrie compatibili con la struttura gerarchica, si e' ottenuta anche una stima dal basso del medesimo tipo, almeno per una sequenza crescente di tempi, stabilendo cosi' che l'evoluzione quantistica e' effettivamente caratterizzata da un comportamento logaritmico. Per quanto riguarda le proprieta' spettrali nella regione di basse energie, le separazioni successive degli autovalori di una singola buca di potenziale dovuti al tunnel con le altre buche, producono una struttura di Cantor per lo spettro dell'energia, di misura di Lebesgue zero, pur non essendo in presenza di spettro discreto. Questo tunnel tuttavia e' estremamente instabile, nel senso che non appena viene aggiunta una perturbazione stocastica arbitrariamente piccola al potenziale in ogni sito del reticolo, allora il tunnel su lunghe distanze scompare completamente e si puo' dimostrare la completa localizzazione per energie sufficientemente basse, cioe' $r^2(t) < cost$ uniformemente nel tempo, e le autofunzioni sono esponenzialmente localizzate con probabilita' uno. Per il modello di Anderson, introdotto precedentemente, un primo risultato nella direzione della localizzazione e' stato ottenuto in [12] in collaborazione con F.Martinelli dimostrando l'assenza di spettro assolutamente continuo nel caso d-dimensionale per grande disordine o basse energie. Questo risultato ha rappresentato lo strumento tecnico cruciale per la dimostrazione della localizzazione di Anderson. L'atteso risultato completo sulla localizzazione e' stato ottenuto successivamente in collaborazione con J.Frohlich, F.Martinelli e T.Spencer in [15] dove per la prima volta la localizzazione di Anderson in piu' di una dimensione e' stata dimostrata rigorosamente . Questo lavoro e' stato citato nella rassegna : "Physics news in 1985" in Physics Today 39 (N1), S42, (1986). L' idea fondamentale che e' alla base di questo risultato e' la seguente: per grandi valori della costante di accoppiamento o per bassi valori dell'energia E, le regioni classicamente permesse ad una particella di energia E, o in altri termini le "buche " di potenziale, sono con grande probabilita' piccole regioni ben separate le une dalle altre; in tale situazione l'unica possibilita' per la particella di viaggiare su lunghe distanze e' per effetto tunnel . L' effetto di delocalizzazione di una funzione d'onda dovuta al tunnel tuttavia, risulta essere estremamente instabile per perturbazioni del potenziale, come gia' descritto precedentemente, e percio' si verifica solo in situazioni particolari. La dimostrazione della localizzazione nel caso del modello di Anderson data in [15] segue da vicino la strategia usata in [14] per dimostrare la localizzazione nel caso gerarchico stocasticamente perturbato. In particolare si e' dimostrato che per grande disordine o per bassi valori dell'energia la struttura delle configurazioni tipiche del potenziale stocastico e' la stessa, ai fini del tunnel, di quella del caso gererchico . In collaborazione con J.Bellissard, D.R.Grempel e F.Martinelli in [17] si e' messa in risalto la stabilita' della localizzazione di Anderson: considerando nell'Hamiltoniana termini aggiuntivi che tengano conto ad esempio dell'interazione spin-orbita o di interazioni magnetiche, si puo' dimostrare la localizzazione con le stesse tecniche usate in [15] nelle stesse ipotesi di disordine o energia. In collaborazione con F.Martinelli e su invito della Rivista del Nuovo Cimento, e' stato infine scritto un lavoro di rassegna sull'argomento della localizzazione di Anderson [18] dove si e' cercato di esporre in modo semplice ma dettagliato e autosufficiente le tecniche matematiche necessarie allo studio della localizzazione. Sono inoltre raccolti in [18] ulteriori risultati inediti sull'evoluzione temporale di pacchetti d'onda, sul caso unidimensionale e sul caso di equazioni di Schroedinger stocastiche nel caso continuo.

III - L'operatore di Schroedinger con potenziale quasi periodico ha assunto in questi ultimi anni una crescente importanza per il suo notevole interesse sia dal punto di vista della fisica, in seguito alla scoperta sperimentale dei quasi-cristralli, sia dal punto di vista matematico a causa delle proprieta' spettrali non banali che presentano anche i piu' semplici modelli che coinvolgono questo tipo di potenziali. I potenziali quasi-periodici rappresentano infatti una sorta di interpolazione tra potenziali periodici e potenziali stocastici o, in altri termini, sono un caso di potenziale stocastico in cui i valori del potenziale nei diversi siti sono variabili dipendenti ; per questo motivo le tecniche adoperate nel caso del potenziale stocastico, salvo un ristretto numero di risultati generali, non sono generalmente adatte ad affrontare il caso di potenziale quasi-periodico, che richiede un controllo piu' arduo e dettagliato del possibile effetto tunnel tra regioni anche lontane in cui il potenziale assume valori molto vicini. Nel lavoro [8] in collaborazione con J.Bellissard si e' studiato l'operatore di Schroedinger unidimensionale discreto su $l^2(\mathbf{Z})$, con potenziale discontinuo della forma $V(n) = \mu I_A(n\beta + x)$ dove μ e' la costante di accoppiamento, I e' la funzione caratteristica, A e' un intervallo sul toro $[0, 1[$, x e' un punto di partenza in $[0, 1[$, e β e' un angolo irrazionale. Questo operatore e' infatti un modello unidimensionale di cristalli aperiodici del tipo Al-Mn, che puo' essere ottenuto schematizzando la struttura quasi cristallina con il metodo di taglio e proiezione, proiettando cioe' su di una retta una struttura bidimensionale periodica. In [8] si dimostra che la densita' degli stati integrata di questo operatore, localmente costante nell'insieme risolvente, assume ivi valori che non appartengono necessariamente al modulo della frequenza $\{\mathbf{Z} + \beta\mathbf{Z}\}$ come avviene invece nel caso di potenziali del tipo $V(n) = f(n\beta)$ con f funzione continua (gap labelling theorem). Nel lavoro [9] in collaborazione con J.Bellissard e R.Lima si sono invece studiate le proprieta' di conduzione per una classe di potenziali, di cui un esempio e' $V(n) = \mu tg(n\beta)$ con β irrazionale che soddisfa la proprieta' diofantina. Per μ sufficientemente grande si e' dimostrato che lo spettro e' puramente puntuale con autofunzioni esponenzialmente localizzate e un insieme denso di autovalori in R. La tecnica usata in questo lavoro si ispira al teorema dei piccoli denominatori (Kolmogorov, Arnold, Moser). Nel lavoro [24] infine, in collaborazione con J.Bellissard, B.Iochum, D.Testard si e' data una trattazione quasi completa del modello di quasi-cristallo unidimensionale con potenziale dato dalla funzione caratteristica descritto dall'hamiltoniana discreta su $l^2(\mathbf{Z})$

$$H(x, \beta, \mu)u(n) = u(n+1) + u(n-1) + \mu I_A(x + n\beta)u(n)$$

con β irrazionale ed $A = [1 - \beta, 1[$. Questo modello fornisce un buon esempio di sistema con un gruppo di rinormalizzazione esatto, ed e' stato oggetto di numerosi lavori numerici e rigorosi per particolari scelte dei parametri. In [24] il modello viene studiato in condizioni molto generali e viene dimostrato che per ogni irrazionale β e per ogni costante di accoppiamento μ diversa da zero, lo spettro e' un insieme di Cantor di misura di Lebesgue zero e non c'e spettro assolutamente continuo per ogni x. La dimostrazione di questo risultato e' ottenuta utilizzando da un lato relazioni ricorsive per le matrici di trasferimento derivate dalla teoria dei numeri e dall'altro dimostrando la coincidenza dello spettro dell'operatore $H(x, \beta, \mu)$ con l'insieme di energie per cui l'esponente di Lyapunov e' nullo.

IV - Partendo dallo studio dei sistemi disordinati si e' passati allo studio della dipendenza dai dati iniziali in sistemi soggetti a dinamiche stocastiche del tipo:
a) composizione random di mappe razionali
b) piccole perturbazioni casuali di sistemi dinamici
c) sistemi di spin e gas reticolare

Dato il gran numero di situazioni fisiche che sono descrivibili per mezzo di piccole perturbazioni stocastiche di sistemi dinamici, (si pensi per esempio, alla descrizione in termini di processi di diffusione di particelle quantistiche o, nell'ambito della meccanica statistica, a sistemi ferromagnetici descritti da catene di Markov, ecc.) questi risultati vedono interessanti applicazioni in molti campi della fisica: da problemi di decadimento quantistici a fenomeni di metastabilita' connessi a transizioni di fase di sistemi ferromagnetici; dall'applicazione al caso di modelli di reti neuronali, alla convergenza all'equilibrio di simulazioni Monte Carlo.

a) Per studiare la densita' degli stati e l'esponente di Lyapunov nel caso del modello di Anderson con un potenziale che puo' assumere solo due valori distribuiti con una legge di Bernoulli, modello di leghe binarie, e' stata discussa in [20] in collaborazione con F.Martinelli, la catena di Markov ottenuta dalla combinazione stocastica di due mappe razionali. In particolare si e' dimostrato che la misura invariante della catena, legata alla densita' degli stati e all'esponente di Lyapunov dell'operatore di Schroedinger associato, e' singolare continua e che in alcuni casi particolari il supporto di tale misura risulta essere un insieme di Cantor con struttura multifrattale.

b) Si e' poi in [21] e [22] affrontato sistematicamente lo studio di processi di Markov che derivano da piccole perturbazioni stocastiche di sistemi dinamici discreti o continui e si e' analizzata la dipendenza delle soluzioni dai dati iniziali: si e' dimostrata rigorosamente una perdita di memoria esponenziale dei dati iniziali. I problemi tecnici che sono stati risolti in [21] rappresentano in qualche senso una seconda generazione di risultati sulle piccole perturbazioni casuali di sistemi dinamici; essi sono infatti qualitativamente differenti rispetto ai problemi trattati in letteratura sull'argomento e le tecniche abitualmente usate, ispirate alla teoria delle grandi fluttuazioni introdotta da Ventzel e Freidlin, risultano insufficienti. La principale difficolta' che abbiamo affrontato si puo' riassumere nel modo seguente: abbiamo stimato la probabilita' di eventi che coinvolgono il processo di diffusione su un intervallo di tempo infinito. Questo ha richiesto l'applicazione di una analisi a molte scale temporali, ispirata alle tecniche usate in [15] per la localizzazione di Anderson, che ha permesso una descrizione dettagliata delle realizzazioni tipiche del processo stocastico in esame. In [31] questo nuovo approccio alla teoria delle grandi fluttuazioni e' stato ulteriormente sviluppato. Una prima applicazione del risultato sulla perdita di memoria si e' ottenuta in [23] in collaborazione con F.Martinelli ed E.Olivieri dove si e' studiata la distribuzione asintotica del tempo di decadimento di una condizione iniziale metastabile o, in altri termini, del tempo di prima uscita di un processo di diffusione da un dominio contenente attrattori in regime di piccola diffusione. Si dimostra che sotto ipotesi generali, il tempo di decadimento opportunamente riscalato tende, per piccola diffusione, ad una variabile stocastica esponenziale. Questo risultato viene anche esteso ad un caso infinito dimensionale ottenuto aggiungendo una piccola perturbazione casuale ad una equazione del calore non lineare.

c) In [25] , in collaborazione con F.Martinelli e E.Olivieri, il risultato sulla perdita di memoria dei dati iniziali e' stato esteso alla dinamica di Glauber per il modello di Ising in una dimensione ad ogni temperatura ed in piu' dimensioni a grande temperatura. E' stata inoltre analizzata la dinamica data dal modello di Hopfield di reti neuronali. Il caso piu' interessante di dinamiche stocastiche per il modello di Ising ferromagnetico in due dimensioni a bassa temperatura in presenza di un piccolo campo magnetico esterno, nel limite termodinamico, e' stato studiato in [26], [27], [28] e [29]. Si e' per la prima volta dimostrata rigorosamente la convergenza esponenziale all'equilibrio per gli algoritmi di Metropolis e di "bagno termico" in [27] e per l'algoritmo di Swendsen e Wang in [28], definito da una dinamica di cluster che permette una convergenza piu' veloce all'equilibrio aggiornando in modo molto piu' efficiente le configurazioni su grandi scale. Tutte queste dinamiche soddisfano la condizione di bilancio dettagliato rispetto alla misura di Gibbs del modello di Ising e sono tra le piu' usate per simulazioni Monte Carlo. Per basse temperature e piccoli campi esterni il modello di Ising ha una struttura di doppia buca asimmetrica e la convergenza all'equilibrio richiede uno studio dettagliato della transizione dalla fase metastabile a quella stabile parallela al campo esterno. Per l'algoritmo di Swendsen e Wang questa transizione e' analizzata in [29] dove emerge una interessante descrizione dinamica del fenomeno della metastabilita' e delle quantita' fisicamente rilevanti come la taglia critica. Se si considera il caso di un piccolo campo magnetico h opposto alle condizioni poste al bordo di una scatola arbitrariamente grande, il campo esterno, anche se piccolo decide la fase, ma il suo effetto diventa rilevante solo su una scala sufficientemente grande quando cioe' l'energia di volume domina l'energia di superficie. Dal punto di vista dinamico questo significa che partendo da una condizione metastabile, in cui la maggior parte degli spin sono opposti al campo magnetico, il sistema ha piccole fluttuazioni intorno a questo falso equilibrio per un tempo lungo se β/h e' grande , fino a che una grande fluttuazione non conduce il sistema al vero equilibrio stabile in cui la maggioranza degli spin sono paralleli al campo h. Questo 'tunnel' avviene attraverso la nucleazione di cluster di spin paralleli ad h. Principale caratteristica di questa transizione e' l'esistenza di una taglia critica: clusters piu' piccoli di questa taglia critica , anche se paralleli al campo esterno, hanno tendenza a scomparire, mentre quelli piu' grandi tendono a crescere portando il sistema alla fase stabile. La dimostrazione e' data con la costruzione esplicita di traiettorie nello spazio delle configurazioni di spin e con la valutazione delle relative probabilita'. In [33] il fenomeno della metastabilita' in due dimensioni viene analizzato sistematicamente. Per arrivare a trattare il caso dell' algoritmo di Swendsen e Wang con campo magnetico nullo, si e' introdotto in [30] in collaborazione con F.Martinelli un modello semplificato di sistema di particelle che evolve nel tempo con una dinamica di cluster. Il caso unidimensionale e' risolto esplicitamente con una opportuna espansione in percorsi nello spazio-tempo. In due dimensioni si dimostra che la probabilita' di avere un grande cluster di particelle non decade esponenzialmente nella cardinalita' del cluster anche quando la probabilita' di nascita delle particelle p e' piccola. Per p grande si dimostra l'esistenza di un'unica misura invariante del processo e la convergenza esponenziale ad essa. Lo studio della metastabilita' e' stato esteso in [34] al caso generale di catene di Markov con probabilita' di transizione esponenziali in un parametro β grande. Piu' precisamente, sia X_t una catena di Markov con spazio degli stati finito S, e con probabilita' di transizione che soddisfano la seguente stima:

$$\exp\{-\Delta(x,y)\beta - \gamma\beta\} \leq P(x,y) \leq \exp\{-\Delta(x,y)\beta + \gamma\beta\}$$

dove $\Delta(x,y)$ assume valori non negativi per ogni $x, y \in S$ e $\gamma = \gamma(\beta)$ tende a zero per $\beta \to \infty$.

Si dimostra che il comportamento a tempi lunghi di queste catene di Markov, e quindi il loro comportamento metastabile, puo' essere studiato con una procedura di rinormalizzazione. Viene infatti introdotta una classificazione degli stati in termini della loro stabilita' che permette di definire una sequenza di catene di Markov $X_t^{(k)}$ definite su una sequenza di spazi degli stati via via piu' piccoli, che corrispondono al processo iniziale X_t visto su una sequenza crescente di tempi T_k. In altre parole viene definita una successione di catene $X_t^{(k)}$ che sono versioni grossolane della catena originale corrispondenti ad un riscalamento di tempo proporzionale a T_k. Nel passaggio dalla catena X_t a quella $X_t^{(k)}$ vengono perse informazioni solo di eventi che avvengono su scale di tempo strettamente inferiori a T_k, ma tutte le quantita' legate al comportamento a tempi lunghi della catena X_t (come la misura invariante, il tempo medio di prima uscita da un insieme, ecc.) vengono stimate dall'alto e dal basso con analoghe quantita' per la catena $X_t^{(k)}$, piu' semplice poiche' definita su uno spazio degli stati piu' piccolo. L'idea della procedura e' dunque di studiare il comportamento a tempi lunghi di una catena rinormalizzata $X_t^{(n)}$ con un n sufficientemente grande da permettere un calcolo esplicito.

In [35] viene analizzato il caso particolare in cui la catena di Markov e' reversibile, cioe' soddisfa una condizione di bilancio dettagliato, rispetto ad una Hamiltoniana H. In questo caso la costruzione delle catene rinormalizzate e' piu' semplice e le dimostrazioni sono piu' trasparenti.

Questa costruzione risulta essere un nuovo strumento per lo studio di problemi di tunnel multiplo, permettendo di separare le diverse scale temporali che intervengono nel problema. Nel caso di catene di Markov reversibili questa separazione e' particolarmente evidente poiche' si puo' definire una successione di Hamiltoniane efficaci corrispondenti alla successione di tempi T_k.

E' inoltre possibile ottenere con questa procedura di rinormalizzazione stime dall'alto e dal basso degli autovalori del generatore della catena di Markov considerata, ottenendo cosi' un controllo completo del processo [36].

Dal punto di vista della teoria delle piccole perturbazioni casuali di sistemi dinamici, sviluppata da Freidlin e Wentzel, questo metodo iterativo ha interessanti applicazioni: nuovi risultati teorici sono ottenuti in [37] e [38] in collaborazione con E.Olivieri, sul problema dell'uscita del processo da un dominio contenente molti attrattori del sistema dinamico imperturbato. Applicando l'approccio iterativo sopra descritto, si puo' ottenere infatti una completa caratterizzazione del tubo di traiettorie di uscita che il processo segue con grande probabilita'.

In [39] e' contenuta una rassegna di risultati rigorosi sulla metastabilitá e sul problema della caratterizzazione delle traiettorie tipiche di uscita, presentata al II European Congress of Mathematics.

Lo studio della metastabilitá in sistemi conservativi presenta difficoltá molto maggiori a quelle incontrate nel caso non conservativo (dinamica di Glauber). Infatti dinamiche conservative, come as esempio quella di Kawasaki, introducono un comportamento non locale nel fenomeno della nucleazione che, per essere studiato, richiede l'introduzione di idee e di tecniche completamente nuove.

Si e' ottenuto un primo risultato sulla nucleazione di un gas soprassaturo in 2-dim., in [40] in collaborazione con F.den Hollander e E.Olivieri, introducendo un modello di dinamica di Kawasaki con energia di interazione diversa da zero solo in una scatola finita. Il controllo del gas si e' potuto ottenere usando stime di random walk ed un'analisi dettagliata dell'interazione tra il gas fuori e dentro la scatola. In particolare si sono ottenute stime sul tempo di nucleazione della fase liquida. In [41] sono discussi risultati sulle traiettorie tipiche di nucleazione. Il modello discusso in [40], pur semplificando molto la studio della dinamica con l'assenza di interazione fuori dalla scatola finita, ha gia' gran parte delle difficolta' che si trovano nel caso di interazione in una scatola esponenzialmente grande in β. In [42] in collaborazione con F.den Hollander, E.Olivieri e F.Nardi si sono ottenuti risultati nel caso tridimensionale di volume finito ed in [44] in collaborazione con E.Olivieri e F.Nardi si è analizzato il caso bidimensionale anisotropo. Questi ultimi due risulati a volume finito, a causa della notevole complessità del panorama di energia, hanno richiesto la messa a punto di nuove tecniche per lo studio della metastabilità, che richiedono un controllo meno dettagliato del comportamento del processo. Un'analisi di questo metodo semplificato è presentata in [43] in collaborazione con F.Manzo, F.Nardi e E.Olivieri, nell'ambito di una discussione generale sul problema della metastabilità a volume finito.

In [45], in collaborazione con F.den Hollander e E.Olivieri, studiamo la nucleazione in un volume esponenzialmente grande in β con interazione ovunque; dimostriamo che la nucleazione avviene per effetto della formazione di un singolo droplet critico ed otteniamo stime del tempo di nucleazione.

PUBBLICAZIONI

1) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"Stochastic dynamics approach to tunneling problems in Quantum Mechanics".
Colloquia Mathematica Societatis Janos Bolyai 27.
Random Fields, Esztergom (1979) pg. 609-615

2) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"New Approach to the Semiclassical Limit of Quantum Mechanics.
I. Multiple Tunneling in one Dimension".
Comm.Math.Phys. 80, 223-254 (1981)

3) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"Description of the Semiclassical limit of Quantum Mechanics in terms of Diffusion Processes".
Lect.Notes in Phys. 153, 132-133 (1981)

4) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"The Semiclassical Limit of Quantum Mechanics:
a Qualitative Theory via Stochastic Mechanics".
Phys.Rep. 77, No3, 313-327 (1981)

5) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"Decaying Quantum Mechanical States:
an informal discussion within Stochastic Mechanics".
Lett. Nuovo Cim. 34, No1, 13-17 (1982)

6) S.De Gregorio, E.Scoppola, B.Tirozzi
"Periodic orbits of dynamical systems with chaotic behavior".
Lect.Notes in Phys. 173, 67 (1982)

7) S.De Gregorio, E.Scoppola, B.Tirozzi
"A Rigorous Study of Periodics Orbits by means of a Computer".
Jour.Stat.Phys.32, n.1, 25 (1983)

8) J.Bellissard, E.Scoppola
"The Density of States for Almost Periodic Schroedinger Operators and the Frequency Module: a counter-example".
Comm.Math.Phys. 85, 301-308 (1982)

9) J.Bellissard, R.Lima, E.Scoppola
"Localization in ν-dimensional incommensurate structures".
Comm.Math.Phys. 88, 465 (1983)

10) E.Scoppola

"Quantum particle in a hierarchical potential ".
Proceedings "Rencontre sur le Methodes semiclassiques en Mechanique Quantique".
Marseille (1984), pg. 83

11) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"Quantum particle in a hierarchical potential with tunneling over arbitrarily large scales".
Journ.of Phys. A 17, L635-L638 (1984)

12) F.Martinelli, E.Scoppola
"Remark on the Absence of Absolutely Continuous Spectrum for d-dimensional Schroedinger Operators with Random Potential for large disorder or low energy".
Comm.Math.Phys.97, 465-471 (1985)

13) F.Martinelli, E.Scoppola
"Absence of Absolutely Continuous Spectrum in the Anderson Model for large disorder or low energy".
Research Notes in Mathem. 124 Pitman Adv. Publ.Program London 1985, 94-97

14) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"Multiple Tunneling in d-dimensions: a Quantum Particle in a Hierarchical Potential".
Ann.Inst.H.Poin. 42, n1, 73-108 (1985)

15) J.Frohlich, F.Martinelli, E.Scoppola, T.Spencer
"Constructing proof of localization in the Anderson tight binding model".
Comm.Math.Phys. 101, 21-46 (1985)

16) G.Jona-Lasinio, F.Martinelli, E.Scoppola
"Tunneling in one dimension:
general theory, instabilities, rules of calculation, applications".
"Mathematics + Physics, Lectures on Recent Results" Vol.II,
L.Streit (Ed.), pg. 227, World Scientific Publ. - Singapore (1986)

17) J.Bellissard, D.R.Grempel, F.Martinelli, E.Scoppola
"Localization of electrons with spin-orbit or magnetic interactions in a 2-D disordered crystal".
Phys.Rev.B 33, 641 (1986)

18) F.Martinelli, E.Scoppola
"Introduction to the mathematical theory of Anderson localization".
10 , La Riv.del Nuovo Cimento.(1987)

19) F.Martinelli, E.Scoppola
"Rigorous results on Anderson localization".

VIIIth International Congress on Mathematical Physics- July 1986
Marseille- Ed.MMebkhout, R.Seneor, World Scientific Singapore 1987, pg.731

20) F.Martinelli, E.Scoppola
"Random composition of two rational maps: singularity of the invariant measure".
J. Stat. Phys. 50, 1021, (1988)

21) F.Martinelli, E.Scoppola
"Small random perturbations of dynamical systems:
exponential loss of memory of the initial conditions".
Comm.Math. Phys.120, 25, (1988)

22) F.Martinelli, E.Scoppola
"On stochastic flows arising from small random perturbations of dynamical systems".
C.R.Acad.Sci.Paris, 308, 105 (1989)

23) F.Martinelli, E.Olivieri, E.Scoppola
"Small random perturbations of finite and infinite dimensional dynamical systems:
unpredictability of exit times".
J. Stat.Phys. 55, 477 (1989)

24) J.Bellissard, B.Jochum, E.Scoppola, D.Testard
"Spectral properties of one dimensional quasicrystals".
Comm.Math.Phys. 125 , 527-543 (1989)

25) F.Martinelli, E.Olivieri, E.Scoppola
"On the loss of memory of initial conditions for some stochastic flows".
In "Stochastic Process-Geometry and Physics"
Ed.S.Albeverio, pg. 585, World Scientific (1990)

26) F.Martinelli, E.Olivieri, E.Scoppola
"Rigorous analysis of low temperature stochastic Ising models:
metastability and exponential approach to equilibrium".
Europhysics Letters 12 N2 , 223 (1990)

27) F.Martinelli, E.Olivieri, E.Scoppola
"Metastability and exponential approach to equilibrium for low temperature stochastic
Ising model".
J.Stat.Phys. 61, 1105 (1990)

28) F.Martinelli, E.Olivieri, E.Scoppola
"On the Swendsen and Wang dynamics I. Exponential convergence to equilibrium".
J.Stat.Phys.62, 117 (1991)

29) F.Martinelli, E.Olivieri, E.Scoppola

"On the Swendsen and Wang dynamics II. Critical droplets and homogeneous nucleation at low temperature for the two dimensional Ising model".
J.Stat.Phys. 62,135 (1991)

30) F.Martinelli, E.Scoppola
"A simple stochastic cluster dynamics: rigorous results".
J.Phys.A:Math.and Gen. 24, 3135 (1991)

31) F.Martinelli, L.Sbano, E.Scoppola
"Small random perturbation of dynamical systems: recursive multiscale analysis".
Stochastics and Stochastic Reports 49, 253-272 (1994)

32) E.Scoppola
"A model of stochastic cluster dynamics with non Gibbsian invariant measure".
"Probabilistic Methods in Mathematical Physics- Certosa di Pontignano, Siena -1991.
Ed. F.Guerra, M.Loffredo, C.Marchioro - World Scientific - Singapore (1992) pg. 404

33) E.Scoppola
"Metastability and nucleation for 2-dimensional Ising systems".
Invited papers from Statphys 18 - Physica A 194, (1993) , 271.

34) E.Scoppola
"Renormalization group for Markov chains and application to metastability".
J.Stat.Phys. 73, 83 (1993)

35) E.Scoppola
"Metastability for Markov chains:
a general procedure based on renormalization group ideas".
" Probability and phase transition"
Ed. G.R.Grimmett - Kluwer Acad.Publ.(1994) pg.303-322

36) E.Scoppola
"Renormalization and graph methods for Markov chains".
"Advances in Dynamical Systems and Quantum Physics"
S.Albeverio, R.Figari, E.Orlandi, A.Teta Ed. - World Scientific 1995

37) E.Olivieri, E.Scoppola
"Markov chains with exponentially small transition probabilities:
first exit problem from a general domain. I-The reversible case."
J. Stat.Phys. 79, 613-647 (1995)

38) E.Olivieri, E.Scoppola
"Markov chains with exponentially small transition probabilities:
first exit problem from a general domain. II-The general case."
J.Stat.Phys. 84, 987-1041 (1996)

39) E.Olivieri, E.Scoppola
”Metastability and typical exit paths in stochastic dynamics”.
Proceedings of the ECM2 Budapest 1996.
Progr. in Math. 169, 124-150 Birkhauser, Boston (1998)

40) F.den Hollander, E.Olivieri, E.Scoppola
“Metastability and nucleation for conservative dynamics”.
J.Math.Phys. 41, 1424-1498 (2000)
(special issue: *Probabilistic Methods in Statistical Physics*)

41) F.den Hollander, E.Olivieri, E.Scoppola
“Nucleation in fluids: some rigorous results”.
Physica A, 279, 110-122 (2000).

42) F.den Hollander, F.Nardi, E.Olivieri, E.Scoppola
“Droplet growth for three-dimensional Kawasaki dynamics”
PTRF, 125, 153-194 (2003)

43) F.Manzo, F.Nardi, E.Olivieri, E.Scoppola
“On the Essential Features of Metastability:
Tunnelling Time and Critical Configurations”
In corso di pubblicazione su J.Stat.Phys.

44) F.Nardi, E.Olivieri, E.Scoppola
“Metastability and nucleation for conservative anisotropic dynamics”
(in preparazione)

45) F.den Hollander, F.Nardi, E.Olivieri, E.Scoppola
“Homogeneous nucleation for Kawasaki dynamics”
(in preparazione)