

Scritto di FM210: 12-1-2016

E. Scoppola

Esercizio 1

Un punto materiale di massa unitaria si muove in 2 dimensioni soggetto ad un potenziale centrale della forma:

$$V(r) = \frac{a - r}{r^2} \quad \text{con} \quad a \geq 0$$

- 1) Determinare l'equazione del moto.
- 2) Determinare il potenziale efficace e farne un grafico qualitativo.
- 3) Discutere il moto della variabile r determinando punti di equilibrio e stabilità e analizzare qualitativamente le orbite nel piano (r, \dot{r}) .
- 4) Scrivere l'equazione delle orbite ed analizzare qualitativamente il moto complessivo del sistema.
- 5) Determinare le condizioni iniziali tali che il moto complessivo sia circolare uniforme di raggio unitario.
- 6) (*facoltativo*) Determinare la condizione di periodicità del moto complessivo del sistema.

Scritto di FM210: 12-1-2016

E. Scoppola

Esercizio 2

Un anello rigido omogeneo di massa M e raggio r si muove in un piano verticale Π , dotato di un riferimento cartesiano (x, y) . Un punto P dell'anello è vincolato a scorrere senza attrito sull'asse verticale y ed il centro C dell'anello è collegato all'origine O del sistema di riferimento da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. I vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata y di P e l'angolo θ che PC forma con l'asse verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare le pulsazioni proprie.
- 4) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse verticale y , determinare la lagrangiana nel sistema di riferimento solidale con Π .