

Scritto di FM210: 16-6-2016

E. Scoppola

Esercizio 1

Un punto materiale di massa unitaria si muove in 2 dimensioni soggetto ad un potenziale centrale della forma:

$$V(r) = r(1 + ar^3) \quad \text{con} \quad a \geq 0$$

- 1) Determinare l'equazione del moto.
- 2) Determinare il potenziale efficace e farne un grafico qualitativo.
- 3) Discutere il moto della variabile r determinando punti di equilibrio e stabilità e analizzare qualitativamente le orbite nel piano (r, \dot{r}) .
- 4) Scrivere l'equazione delle orbite ed analizzare qualitativamente il moto complessivo del sistema.
- 5) Determinare il valore di a e le condizioni iniziali tali che il moto complessivo sia circolare uniforme di raggio unitario percorso con velocità angolare $\dot{\phi} = 3$.

Scritto di FM210: 16-6-2016

E. Scoppola

Esercizio 2

Un sistema meccanico è composto da un disco sottile rigido omogeneo di raggio R e massa M e da un anello rigido omogeneo di raggio $r < R$ e massa $m < M$ posti in un piano verticale Π . Il disco rotola senza strisciare su un asse orizzontale x , e un punto P dell'anello è fissato al centro C del disco. Il centro c dell'anello è connesso tramite una molla ideale di costante di richiamo K e lunghezza a riposo nulla ad un punto fisso O dell'asse orizzontale x . Si considerino come variabili lagrangiane l'angolo θ che Cc forma con l'asse y e la coordinata x di C .

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e studiarne la stabilità al variare dei parametri in gioco.
- 3) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad un punto di equilibrio stabile.
- 4) Se il piano Π è posto in rotazione attorno all'asse verticale y passante per O con velocità angolare costante uguale a ω , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento solidale con Π .