

Scritto di FM210 20-1-2015

E. Scoppola

Esercizio 1

Un punto materiale di massa m si muove in una dimensione soggetto ad una forza con energia potenziale

$$V(x) = \frac{x}{2} \log \frac{1+x^2}{4} + \arctan x - x$$

- 1) Si determini l'equazione del moto e l'espressione dell'energia totale del sistema, e si verifichi esplicitamente la sua conservazione.
- 2) Si disegni il grafico dell'energia potenziale si determinino i punti di equilibrio e la loro stabilità.
- 3) Si disegnino le orbite nel piano delle fasi analizzando qualitativamente il moto al variare dei dati iniziali.
- 4) Si identifichino i dati iniziali corrispondenti a moti periodici.
- 5) Si scriva il periodo dei moti periodici in forma di un integrale definito.

Scritto di FM210 20-1-2015

E. Scoppola

Esercizio 2

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è costituito da due aste sottili, rigide, omogenee, AB e CD di lunghezza rispettivamente $2l$ e l e masse $2m$ e m e da un unto materiale P di massa $M = 2m$. L'asta AB ha il centro fissato in un punto fisso O del piano Π e l'estremo B è fissato all'estremo C dell'altra asta. L'estremo D della seconda asta è vincolato ad scorrere su un asse orizzontale x passante per O . Il punto P è vincolato a scorrere senza attrito sull'asse verticale y passante per O . Il Punto A è collegato al punto P da una molla ideale di costante K e lunghezza a riposo nulla. Tutti i vincoli sono ideali.

Si considerino come variabili lagrangiane l'angolo θ che AB forma con l'asse orizzontale (vedi disegno) e la coordinata y di P .

- 1) Scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni del moto.
- 2) Trovare i punti di equilibrio al variare dei parametri in gioco e discuterne la stabilità.
- 3) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad un punto di equilibrio stabile.
- 4) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse y con velocità angolare costante ω , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in rotazione.