

II Esonero di FM210: 21-12-2015

E. Scoppola

Esercizio

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale Π è formato da due dischi identici rigidi omogenei di massa M e raggio r . Un disco, di centro C_1 , è vincolato a rotolare senza strisciare all'esterno di una guida circolare di raggio R e centro O fissa nel piano Π . e l'altro, di centro C_2 , è vincolato a rotolare senza strisciare sulla retta orizzontale passante per O . I centri dei dischi sono collegati da una molla ideale di costante di richiamo $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla. I vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata x di C_2 l'angolo θ che OC_1 forma con l'asse verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità nel caso $Mg = 2K(R + r)$.
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare l'equazione per le pulsazioni proprie.
- 4) Con l'ulteriore vincolo $x = 0$ e partendo da $\theta(0) = 0$ si calcoli la velocità iniziale del punto C_1 tale che il disco compie una intera rotazione attorno al punto O .
- 5) (facoltativo) Se il piano Π viene posto in rotazione attorno all'asse verticale passante per O , sempre nel caso $x = 0$, si calcolino i nuovi punti di equilibrio.