

## II Esonero di FM210: 21-12-2015

E. Scoppola

### Esercizio

Un sistema meccanico appartenente ad un piano verticale  $\Pi$  è formato da due dischi identici rigidi omogenei di massa  $M$  e raggio  $r$ . Un disco, di centro  $C_1$ , è vincolato a rotolare senza strisciare all'esterno di una guida circolare di raggio  $R$  e centro  $O$  fissa nel piano  $\Pi$ . e l'altro, di centro  $C_2$ , è vincolato a rotolare senza strisciare sulla retta orizzontale passante per  $O$ . I centri dei dischi sono collegati da una molla ideale di costante di richiamo  $K > 0$  e lunghezza a riposo nulla. I vincoli sono ideali. Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata  $x$  di  $C_2$  l'angolo  $\theta$  che  $OC_1$  forma con l'asse verticale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità nel caso  $Mg = 2K(R + r)$ .
- 3) Scrivere la lagrangiana delle piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile e determinare l'equazione per le pulsazioni proprie.
- 4) Con l'ulteriore vincolo  $x = 0$  e partendo da  $\theta(0) = 0$  si calcoli la velocità iniziale del punto  $C_1$  tale che il disco compie una intera rotazione attorno al punto  $O$ .
- 5) (facoltativo) Se il piano  $\Pi$  viene posto in rotazione attorno all'asse verticale passante per  $O$ , sempre nel caso  $x = 0$ , si calcolino i nuovi punti di equilibrio.