

Scritto di FM210 del 8-9-15

E. Scoppola

Esercizio 1

Un punto materiale di massa unitaria si muove in una dimensione soggetto ad una forza di energia potenziale

$$V(x) = \frac{1}{x^6} - \frac{2}{x^4} + \frac{1}{x^2}.$$

- 1) Determinare l'equazione del moto e l'energia totale del sistema e disegnare il grafico dell'energia potenziale.
- 2) Discutere qualitativamente il moto disegnando le curve di livello nello spazio delle fasi ed in particolare determinare i punti di equilibrio e la loro stabilità.
- 3) Identificare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.
- 4) Identificare i dati iniziali cui fa seguito un moto limitato e aperiodico.
- 5) Identificare i dati iniziali cui fa seguito un moto aperto e determinare se i moti aperti sono definiti globalmente.

Scritto di FM210 del 8-9-15

E. Scoppola

Esercizio 2

Si consideri un sistema meccanico costituito da un disco sottile rigido omogeneo di massa M e raggio r e da un punto materiale P di massa m posti in un piano verticale Π . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare all'esterno di una guida circolare di raggio R e centro O nel piano Π . Il punto P è vincolato senza attrito all'asse verticale y del piano Π passante per O . Il centro C del disco ed il punto P sono collegati da una molla ideale di costante K e lunghezza a riposo nulla.

Si considerino come variabili lagrangiane l'angolo θ che OC forma con l'asse verticale y per O e la coordinata y del punto P .

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e studiarne la stabilità al variare dei parametri in gioco.
- 3) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni e le pulsazioni proprie intorno ad una posizione di equilibrio stabile.
- 4) Se il piano Π è posto in rotazione attorno all'asse verticale y , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento solidale con Π .