

Scritto di FM210 del 9-6-15

E. Scoppola

Esercizio 1

Un punto materiale di massa unitaria si muove in una dimensione soggetto ad una forza di energia potenziale

$$V(x) = \cos^2 x + a \sin x$$

con $a \geq 0$.

- 1) Determinare l'equazione del moto e l'energia totale del sistema.
- 2) Discutere qualitativamente il moto al variare del parametro $a \in \mathbb{R}_+$ ed in particolare determinare i punti di equilibrio e la loro stabilità.
- 3) Identificare i dati iniziali cui fa seguito un moto periodico.
- 4) Per $a = 1$ e con $x(0) = \frac{\pi}{2}$ determinare il valore della velocità iniziale $\dot{x}(0)$ tale che si abbia
 - a) moto oscillatorio;
 - b) moto rotatorio.
- 5) Sempre nel caso $a = 1$ e con dati iniziali tali che il valore dell'energia totale sia $E = 1$, determinare il periodo del moto periodico in forma di un integrale definito.

Scritto di FM210 del 9-6-15

E. Scoppola

Esercizio 2

Un sistema meccanico posto in un piano verticale Π è costituito da un'asta rigida, sottile omogenea di massa M e lunghezza l e da un punto materiale P di massa m . Gli estremi A e B dell'asta sono vincolati a scorrere senza attrito su una guida circolare di raggio $R > l/2$ e il punto materiale P scorre senza attrito sull'asse verticale passante per il centro O della guida. Il centro C dell'asta è collegato al punto P da una molla ideale di costante $K > 0$ e lunghezza a riposo nulla

Si considerino come variabili lagrangiane la coordinata y di P e l'angolo θ che OC forma con l'asse orizzontale.

- 1) Scrivere la lagrangiana e le equazioni del moto.
- 2) Determinare i punti di equilibrio e studiarne la stabilità al variare dei parametri in gioco.
- 3) Determinare la lagrangiana delle piccole oscillazioni intorno ad una posizione di equilibrio stabile e calcolare le pulsazioni proprie.
- 4) Se il piano Π è posto in rotazione attorno all'asse verticale y con velocità angolare costante ω , determinare la nuova lagrangiana nel sistema di riferimento in moto.