

Scritto di Istituzioni di Matematica del 12 - 7 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Risolvere il sistema di equazioni

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 4z = 7 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x + \cos x}}$$

Scritto di Istituzioni di Matematica del 12 - 7 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$
$$\int \frac{3x+5}{x^2-2x+1} dx$$
$$\int \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{2-x} - \sqrt{x}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica del 12 - 7 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1 Risolvere il sistema di equazioni

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 4z = 7 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x + \cos x}}$$

Esercizio 3 Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$
$$\int \frac{3x+5}{x^2-2x+1} dx$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{2-x} - \sqrt{x}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 5

Sviluppare in serie di Fourier in $[-\pi, \pi]$ la funzione periodica

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x \in (-\pi, 0) \\ 2x & \text{per } x \in [0, \pi) \end{cases}$$

Esercizio 6

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' + 4y = \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Scritto di Elementi di Analisi del 12 - 7 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1 Risolvere il sistema di equazioni

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 4z = 7 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x + \cos x}}$$

Esercizio 3 Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$
$$\int \frac{3x+5}{x^2-2x+1} dx$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{2-x} - \sqrt{x}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 5

Sviluppare in serie di Fourier in $[-\pi, \pi]$ la funzione periodica

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x \in (-\pi, 0) \\ 2x & \text{per } x \in [0, \pi) \end{cases}$$

Esercizio 6

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' + 4y = \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$