

Scritto di Istituzioni di Matematica del 12 - 7 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Dati i vettori $\mathbf{u} = (0, 3)$ e $\mathbf{v} = (2, 0)$ nel piano x, y

- i) Calcolare $\mathbf{u} - \mathbf{v}$.
- ii) Calcolare il loro prodotto scalare ed il loro prodotto vettoriale.
- iii) Calcolare l'angolo tra essi compreso.

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^2 + 5}{x^2(x^2 + 4x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{x - 3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^x$$

Scritto di Istituzioni di Matematica del 12 - 7 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x}{x^2 - 4x + 4} dx$$
$$\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{3/2}}$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = x^2(x^2 - 2)$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica del 12 - 7 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^2 + 5}{x^2(x^2 + 4x)}$$
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{x - 3}}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x}{x^2 - 4x + 4} dx$$
$$\int_0^1 \frac{dx}{(1 - x)^{3/2}}$$

Esercizio 3

Sviluppare in serie di Taylor attorno al punto $x = 0$ la funzione

$$f(x) = \log(1 + x) - \log(1 - x)$$

Esercizio 4

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' + 4y = \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Scritto di Elementi di Analisi del 12 - 7 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^2 + 5}{x^2(x^2 + 4x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{x - 3}}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x}{x^2 - 4x + 4} dx$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{3/2}}$$

Esercizio 3

Sviluppare in serie di Taylor attorno al punto $x = 0$ la funzione

$$f(x) = \log(1+x) - \log(1-x)$$

Esercizio 4

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' + 4y = \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Scritto di Metodi Matematici per l'Ottica del 12 - 7 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Studiare la serie

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{n}\right)^b$$

al variare di a e b in \mathbb{R} .

Esercizio 2

Sviluppare in serie di Taylor attorno al punto $x = 0$ la funzione

$$f(x) = \log(1+x) - \log(1-x)$$

Esercizio 3

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' + 4y = \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Esercizio 4

Determinare la soluzione del problema:

$$2\partial_x f(x, y) - 4\partial_y f(x, y) = 0 \quad \text{con} \quad f(x, 0) = x$$