

Scritto di Istituzioni di Matematica del 16 - 7 - 2019

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Determinare il rango della seguente matrice al variare del valore del parametro λ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \cos n \log n}{n}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\log x}\right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\tan x}$$

Scritto di Istituzioni di Matematica del 16 - 7 - 2019

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{3x+1}{x^2-6x+5} dx$$
$$\int_1^2 xe^{x^2} dx$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = x - \sqrt{x - x^2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica e di Elementi di Analisi del 16 - 7- 2019

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare il rango della seguente matrice al variare del valore del parametro λ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \cos n \log n}{n}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\log x}\right)^x$$

Esercizio 3

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{3x + 1}{x^2 - 6x + 5} dx$$
$$\int_1^2 x e^{x^2} dx$$

Esercizio 4

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' + 4y = \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Esercizio 5

Studiare la serie

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{n}\right)^b$$

al variare di a e b in \mathbb{R} .

Esercizio 6

Sviluppare in serie di Taylor attorno al punto $x = 0$ la funzione

$$f(x) = \log(1+x) - \log(1-x)$$