

Scritto di Istituzioni di Matematica del 17 - 9 - 2019

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Dato il vettore $\mathbf{u} = (1, 3)$

- 1) determinare un vettore di lunghezza unitaria parallelo a \mathbf{u} ;
- 2) determinare per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ il vettore $(2, a)$ è ortogonale a \mathbf{u} .

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x}{x^2}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+2} \right)^x$$

Esercizio 3

Determinare se la funzione

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$$

può essere prolungata per continuità a tutto l'asse reale.

Scritto di Istituzioni di Matematica del 17 - 9 - 2019

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$
$$\int_1^2 (x-1) \log x dx$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica e di Elementi di Analisi del 17 - 9- 2019

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x}{x^2}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+2} \right)^x$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$
$$\int_1^2 (x-1) \log x dx$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);

- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 4

Determinare il carattere della serie

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n \frac{n!}{n^n}.$$

Esercizio 5

Determinare la soluzione dell'equazione

$$y' = -y - xy^2$$

con $y(0) = 1$.