

Scritto di Istituzioni di Matematica del 19 - 6 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Determinare il rango della seguente matrice al variare del valore del parametro λ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \cos n \log n}{n}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\log x}\right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\tan x}$$

Scritto di Istituzioni di Matematica del 19 - 6 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x+3}{x^2-3x} dx$$
$$\int_1^2 x e^{x^2} dx$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = x - \sqrt{x - x^2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica del 19 - 6 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare il rango della seguente matrice al variare del valore del parametro λ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \cos n \log n}{n}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\log x}\right)^x$$

Esercizio 3

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x+3}{x^2-3x} dx$$
$$\int_1^2 x e^{x^2} dx$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = x - \sqrt{x - x^2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 5

Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$y' = \frac{y}{x} + x^3, \quad \text{con} \quad y(1) = 0$$

Esercizio 6

Calcolare la somma delle seguenti serie:

$$S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 \cdot 2^n}{e^n}, \quad S_2 = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{2}{n!}$$

Esercizio 7

Sviluppare in serie di Fourier in $[-\pi, \pi]$ la funzione periodica

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x \in (-\pi, 0) \\ 3x & \text{per } x \in [0, \pi) \end{cases}$$