Scritto di Istituzioni di Matematica del 20 - 9 - 2017
E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Utilizzando le proprietà dei determinanti, determinare per quali valori del parametro λ il determinante della seguente matrice è nullo:

$$\begin{pmatrix} 2\lambda-1 & 2-2\lambda & 2\lambda-2 \\ 2\lambda-2 & 3-2\lambda & 2\lambda-2 \\ \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n+\sin n \log n}{n}$$

$$\lim_{x\to\infty} \Big(1+\frac{1}{\log x}\Big)^x$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x}{\tan x}$$

Scritto di Istituzioni di Matematica del 20 - 9 - 2017
E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx \qquad \text{al variare di } p \in \mathbb{R}$$

$$\int \frac{2x}{4-9x^2}\, dx$$

$$\int e^x \cos(e^x)\, dx$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica del 20 - 9 - 2017
E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to\infty} \Big(1 + \frac{1}{\log x}\Big)^x$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x}{\tan x}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx \qquad \text{al variare di } \ p \in \mathbb{R}$$

$$\int \frac{2x}{4-9x^2}\, dx$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);

- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 4

Studiare la continuità della funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{if } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{if } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Esercizio 5

Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$y' = \frac{y}{x} + x^3, \qquad \text{con} \qquad y(1) = 0$$

Scritto di Elementi di Analisi del 20 - 9 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to\infty}\Big(1+\frac{1}{\log x}\Big)^x$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{\tan x}$$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{2x}{4-9x^2}\,dx$$

$$\int e^x\cos(e^x)\,dx$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x)=\frac{1}{e^x-2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);

- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 4

Calcolare la somma delle seguenti serie:

$$S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{10\,.\,2^n}{e^n}, \qquad S_2 = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

Esercizio 5

Utilizzando il metodo di separazione delle variabili determinare le soluzioni dell'equazione alle derivate parziali:

$$2\partial_{xx} f(x,y) + \partial_{yy} f(x,y) = 0$$