

**Scritto di Istituzioni di Matematica del 21 - 2 - 2018**  
E. Scoppola

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

---

**Parte I**

---

**Esercizio 1**

Discutere il sistema di equazioni

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 2 \\x - z &= 0 \\3x + y &= 1\end{aligned}$$

**Esercizio 2**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^2}{n^2 \log n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1 - x}$$

**Esercizio 3**

Discutere la continuità della seguente funzione al variare del parametro  $a$ :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 1 \\ 1 + \frac{a}{\log x} & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

**Esercizio 4**

Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{e^{3x^2}}{x} \quad g(x) = \cos(2x^2 + 3)$$

**Scritto di Istituzioni di Matematica del 21 - 2 - 2018**  
E. Scoppola

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

---

**Parte II**

---

**Esercizio 1**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 xe^{x^2} dx$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x-1} dx$$

$$\int \frac{x+3}{x^2-3x} dx$$

**Esercizio 2**

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

**Scritto di Matematica del 21 - 2 - 2018**  
E. Scoppola

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

---

**Esercizio 1**

Discutere il sistema di equazioni

$$\begin{array}{rcl} x + y + 2z & = & 2 \\ x - z & = & 0 \\ 3x + y & = & 1 \end{array}$$

**Esercizio 2**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^2}{n^2 \log n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1 - x}$$

**Esercizio 3**

Discutere la continuità della seguente funzione al variare del parametro  $a$ :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 1 \\ 1 + \frac{a}{\log x} & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

**Esercizio 4**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 xe^{x^2} dx$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x-1} dx$$

$$\int \frac{x+3}{x^2 - 3x} dx$$

### Esercizio 5

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

### Esercizio 6

Calcolare la somma della serie:

$$S_1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n-2}}{3^{2n}}$$

### Esercizio 7

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y' = x(y - y^3)$$

**Scritto di Elementi di Analisi del 21 - 2 - 2018**  
E. Scoppola

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

---

**Esercizio 1**

Discutere il sistema di equazioni

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 2 \\x - z &= 0 \\3x + y &= 1\end{aligned}$$

**Esercizio 2**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^2}{n^2 \log n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{1 - x}$$

**Esercizio 3**

Discutere la continuità della seguente funzione al variare del parametro  $a$ :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 1 \\ 1 + \frac{a}{\log x} & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

**Esercizio 4**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 x e^{x^2} dx$$

$$\int_1^2 \frac{1}{x-1} dx$$

$$\int \frac{x+3}{x^2 - 3x} dx$$

**Esercizio 5**

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

**Esercizio 6**

Calcolare la somma della serie:

$$S_1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n-2}}{3^{2n}}$$

**Esercizio 7**

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y' = x(y - y^3)$$

**Esercizio 8**

Sviluppare in serie di Fourier in  $[-\pi, \pi]$  la funzione periodica

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x \in (-\pi, 0) \\ 3x & \text{per } x \in [0, \pi) \end{cases}$$