

Scritto di Istituzioni di Matematica del 21 - 6 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Determinare il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ delle funzioni

$$f(x) = \sqrt{1+x^5} - \sqrt{1-x^5}, \quad g(x) = \log(1+x)^x$$

Esercizio 3

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^3 + 1)}{x}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x - x}{\cos x + \sqrt{1+x^2}}$$

Scritto di Istituzioni di Matematica del 21 - 6 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$
$$\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx \quad \text{al variare di } p \in \mathbb{R}$$
$$\int \frac{1}{1+e^x} dx$$

Esercizio 2

Studiare la funzione:

$$f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica del 21 - 6 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ delle funzioni

$$f(x) = \sqrt{1+x^5} - \sqrt{1-x^5}, \quad g(x) = \log(1+x)^x$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^3 + 1)}{x}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x - x}{\cos x + \sqrt{1+x^2}}$$

Esercizio 3

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$
$$\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx \quad \text{al variare di } p \in \mathbb{R}$$
$$\int \frac{1}{1+e^x} dx$$

Esercizio 4

Studiare la funzione:

$$f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 5

Determinare il valore della serie numerica:

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} (a-2)^n$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 6

Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$y' = -y\left(\frac{2}{x} + 3x^2y\right) \quad \text{con} \quad y(1) = 1$$

Esercizio 7

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' - 2y' + y = 2 \sin x + \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Scritto di Elementi di Analisi del 21 - 6 - 2017

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Esercizio 1

Determinare il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2

Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ delle funzioni

$$f(x) = \sqrt{1+x^5} - \sqrt{1-x^5}, \quad g(x) = \log(1+x)^x$$

Esercizio 3

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^3 + 1)}{x}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x - x}{\cos x + \sqrt{1+x^2}}$$

Esercizio 4

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$
$$\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx \quad \text{al variare di } p \in \mathbb{R}$$

$$\int \frac{1}{1+e^x} dx$$

Esercizio 5

Studiare la funzione:

$$f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Esercizio 6

Determinare il valore della serie numerica:

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} (a-2)^n$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 7

Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$y' = -y\left(\frac{2}{x} + 3x^2y\right) \quad \text{con} \quad y(1) = 1$$

Esercizio 8

Determinare la soluzione del problema:

$$y'' - 2y' + y = 2 \sin x + \cos x \quad \text{con} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$