

**Scritto di Istituzioni di Matematica del 28 - 1 - 2019**

E. Scoppola, V. Apollonio

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

---

**Parte I**

---

**Esercizio 1**

Risolvere il sistema di tre equazioni in due incognite:

$$\begin{aligned}x + 2y &= 2 \\2x + y &= 3 \\4x + 5y &= 7\end{aligned}$$

**Esercizio 2**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x+1} \right)^x$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x^2+1)}{2^x}$$

**Scritto di Istituzioni di Matematica del 28 - 1 - 2019**

E. Scoppola, V. Apollonio

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

---

**Parte II**

---

**Esercizio 1**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$
$$\int \frac{1}{1-e^{2x}} dx$$

**Esercizio 2**

Studiare la funzione

$$f(x) = x(3 - \ln^2 x)$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica ed Elementi di Analisi del 28 - 1 - 2019

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

---

**Esercizio 1**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x+1} \right)^x$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x^2+1)}{2^x}$$

**Esercizio 2**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$
$$\int \frac{1}{1-e^{2x}} dx$$

**Esercizio 3**

Determinare il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^p + 1} \quad \text{al variare di } p \in \mathbb{R}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n n!}$$

**Esercizio 4**

Sviluppare in serie di Fourier la funzione periodica in  $[-\pi, \pi]$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x \in (-\pi, 0) \\ -x & \text{per } x \in [0, \pi] \end{cases}$$

**Esercizio 5**

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = xy - xy^3 \quad \text{con} \quad y(0) = 2$$