

Scritto di Istituzioni di Matematica del 2 - 2 - 2017
E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

Parte I

Esercizio 1

Discutere al variare del parametro λ il sistema di equazioni

$$\begin{aligned}x + y + 3z &= 3 \\x + z &= 3 \\2x + 2y + \lambda z &= 6\end{aligned}$$

Esercizio 2

Determinare i seguenti limiti

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) + \log(1-x)}{x^2} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\tan x}\end{aligned}$$

nome cognome:

numero di matricola:

Parte II

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \sin^5 x \cos x \, dx$$

$$\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+1} \, dx$$

$$\int x^2 \log x \, dx$$

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2} \, dx$$

Esercizio 2

Studiare la funzione:

$$f(x) = x \log \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.