

**Scritto di Istituzioni di Matematica del 2 - 2 - 2018**

E. Scoppola

**nome cognome:**

**numero di matricola:**

---

**Parte I**

---

**Esercizio 1**

Utilizzando le proprietà dei determinanti, determinare il rango della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 2**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^2}{n \log n}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^x$$

**Esercizio 3**

Determinare per quali valori del parametro  $a$  la seguente funzione è continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax + x^2 & \text{se } x \geq 1 \\ -x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

Scritto di Istituzioni di Matematica del 2 - 2 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

---

Parte II

---

**Esercizio 1**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$
$$\int \frac{x + 2}{(x - 2)(x + 1)} dx$$
$$\int e^x \sin x dx$$

**Esercizio 2**

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

Scritto di Matematica del 2 - 2 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

---

**Esercizio 1**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^2}{n \log n}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^x$$

**Esercizio 2**

Determinare per quali valori del parametro  $a$  la seguente funzione è continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax + x^2 & \text{se } x \geq 1 \\ -x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

**Esercizio 3**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$

$$\int \frac{x+2}{(x-2)(x+1)} dx$$

$$\int e^x \sin x dx$$

**Esercizio 4**

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

### Esercizio 5

Calcolare la somma delle seguenti serie:

$$S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{3^n}, \quad S_2 = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n}$$

### Esercizio 6

Sviluppare in serie di Taylor la funzione

$$\frac{1}{1+x^2}$$

### Esercizio 7

Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

con  $y(0) = 2$ .

Scritto di Elementi di Analisi del 2 - 2 - 2018

E. Scoppola

nome cognome:

numero di matricola:

---

**Esercizio 1**

Determinare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^2}{n \log n}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^x$$

**Esercizio 2**

Determinare per quali valori del parametro  $a$  la seguente funzione è continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax + x^2 & \text{se } x \geq 1 \\ -x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

**Esercizio 3**

Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} dx$$
$$\int \frac{x+2}{(x-2)(x+1)} dx$$
$$\int e^x \sin x dx$$

**Esercizio 4**

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$$

ed in particolare:

- determinare il suo dominio di definizione;
- verificare se è una funzione pari o dispari e determinare dove assume valori positivi e negativi;
- studiarne gli eventuali asintoti;
- determinare gli intervalli dove la funzione è crescente e decrescente;
- determinare i suoi punti di massimo e minimo (assoluti e relativi);
- determinare gli intervalli dove la funzione è concava e convessa ed i suoi punti di flesso;
- farne un disegno qualitativo.

### Esercizio 5

Calcolare la somma delle seguenti serie:

$$S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{3^n}, \quad S_2 = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n}$$

### Esercizio 6

Sviluppare in serie di Taylor la funzione

$$\frac{1}{1+x^2}$$

### Esercizio 7

Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

con  $y(0) = 2$ .

### Esercizio 8

Utilizzando il metodo di separazione delle variabili determinare le soluzioni dell'equazione alle derivate parziali:

$$2\partial_{xx}f(x, y) + \partial_{yy}f(x, y) = 0$$